Journal of Al-Azhar University – Gaza (Humanities)

Volume 23
Issue 1 *المجلد 23 العدد 1 يونيو 2021*

Article 7

2021

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

نهى شقليه مساعد محاضر
جامعة المرقب – ليبيا, Nohakaremodaa@gmail.com

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

Cover Page Footnote

Journal of Al Azhar University–Gaza, Humanities Volume 23 No.1 June. 2021

مجلة جامعة الأزهر– غزة، سلسلة العلوم الإنسانية، المجلد 23، العدد 1 يونيو 2021 ص 155–180

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

The use of multi-objective linear programming To find the shortest path for the transport problem model

نهى عبد الكريم عودة شقليه

مساعد محاضر في كلية الأداب والعلوم جامعة المرقب – ليبيا

Nohakaremodaa@gmail.com

تاريخ الاستلام 14/12/2020 تاريخ القبول 21/3/2021

الملخص:

في هذا البحث تم الاهتمام بتكلفة نموذج النقل التي تعتمد على (حمولة النقل، والمسافة المطلوب النقل إليها)، وبدراسة ثلاث نماذج لنقل سلعة ما من مصادرها إلى مراكز الطلب لها، تم حساب تكلفة نقلها بالطرق المعتادة لنماذج النقل باستخدام طريقة التوزيع المعدل ومقارنة تكلفة النقل باستخدام مشكلة أقصر مسار لشبكة اعتيادية مباشرة بالطريقة الحسابية اليدوية والحصول على أقصر مسار للشبكة الذي يناظر أقل تكلفة نقل وهي المثلى مقارنة بالطرق المعتادة لنماذج النقل.

الكلمات المفتاحية : نموذج النقل، أقصر مسار، التكلفة المثلى، المصدر، الطلب.

Abstract:

In this paper، we care about the cost of the transportation model that depends on (the transport load and the distance to be transport). And by studying three models for transferring some goods from its sources to its destination centers. The cost of transporting calculated using the usual methods of transportation methods by using the modified distribution method and comparing the transportation cost using the shorts path problem to regular network directly by the manual calculation method، and obtaining the shortest path to the network witch correspond to the lowest transmission cost witch is ideal compared to the usual methods of transport methods.

Keywords. Transportation model - shortest path - optimum cost- source – request.

المقدمة :

نظراً لأهمية مشاكل النقل كأحد الأساليب الرياضية لمعالجة نوع معين من مشاكل البرمجة الخطية التي تتعلق بنقل سلعة معينة من عدة مصادر Sources إلي عدد من مراكز الطلب Destinations بأقل التكاليف Minimum Costs . فقد اهتم العديد من الباحثين لدراسة مشاكل النقل وإيجاد الحلول المثلى لها سواء من حيث التكلفة أو الوقت بعدة أساليب تطبيقية حيث اشارت دراسة(**حسين ، وآخرون، 2012**، ص 54–65) إلي دراسة تطبيقات البرمجة الخطية في نماذج النقل عند مراحل نقل متعددة ، كذلك اشارت دراسة (**محمد،2015**، ص 104–119) إلي استعمال البرمجة الخطية لحل مشكلة النقل واختبار أمثلية الحل بالطريقة المعدلة ، وأشارت دراسة (**بخيت، وعبود، 2018**، ص 137–158) لحل مشكلة النقل الثلاثي الابعاد باستعمال البرمجة المتعددة الاهداف المضببة. واشارت دراسة(**خضور، و شريط، 2018** ، ص 17–31) حول كيفية وضع نموذج رياضي من اجل تحديد مثلوية مشكلة النقل باستخدام نموذج البرمجة الخطية متعددة الاهداف لدراسة حالة ميدانية ومقارنة النتائج باستخدام برنامج LINGO ، وقد تناول الباحثون (**ابراهيم**، و **عباس، 2016**، ص275–287) طريقة النقطة الصفرية لحل مشكلة النقل وتمت مقارنتها مع طريقة **روسيل** التقريبية Russe's Approximation Method وهي طريقة لايجاد الحل المبدئي الممكن على اعتبار انها تعطي في معظم الحالات حلا مثاليا أو قريبا من الحل المثالي ، وأشارت دراسة (**عبد الرزاق، و عبد الغني، 2017**، ص 457–472) لاستعمال البرمجة الخطية المتعددة الاهداف لايجاد اقصر مسار في شبكة ضبابية ونقل الادوية في شركة من مخزن إلي مستشفى بأقل وقت.

وعلى ضوء الدراسات والابحاث السابقة تم الاهتمام في هذا البحث بدراسة مشكلة أقصر مسار في الشبكات المباشرة لسهولة تطبيقه من رؤية الباحث وعدم استخدام حالة واقعية للتركيز على برمجة هذه المشكلة يدويا ولأنه يعد من اهم المشاكل التي تؤثر في امثلية الشبكات وذات اهمية كبيرة في حل مشاكل النقل ، وحيث أن بيانات الشبكة فيما يخص مشاكل النقل تعتمد على العنصر الاهم وهو التكلفة فإن استخدام أقصر مسار لايجاد اقل تكلفة مثلى يكون مناسب عملياً مقارنة بالطرق المستخدمة المعتادة لمشاكل النقل مثل طريقة التوزيع المعدل التي تم استخدامها في هذا البحث .

مشكلة البحث :

يمكن طرح المشكلة كالتالي :

(1) هل يمكن تحويل نماذج النقل من الصورة المعتادة إلي صورة نموذج البرمجة بالاهداف وايجاد الحلول المثلى لها ؟

(2) هل يمكن تحقيق جميع قيود الطلب والعرض وكذلك قيود الموازنة ؟

الفرضية يمكن صياغتها كالتالي: ان تطبيق نموذج البرمجة بالاهداف باستخدام مشكل اقصر مسار من اجل الحصول على افضل تكلفة مثلى مناسب عملياً بغض النظر عن تحقيق جميع شروط الحل الممكن لنماذج النقل المعتادة .

من المفترض ان تكون نماذج النقل واقعية ولكن تتمثل مشكلة البحث في أنه كلما كان نموذج النقل كبير من حيث (حجم البيانات وأماكن التوزيع الواقعية) زادت عدد المسارات المتاحة باستخدام مشكلة اقصر مسار وصعوبة التطبيق يدوياً، وللتركيز على اهمية مشكلة اقصر مسار قيد الدراسة للحصول على تكلفة مثلى ومدى كفائتها لتحقيق شروط الحل الممكن لنماذج النقل كانت عملية التطبيق محاكاة. وسوف أقوم بدراسة لاحقة على نماذج واقعية باستخدام الحاسب الآلي .

أهداف البحث :

1. تحويل نماذج النقل من صورة برمجة خطية التي تسعى إلي هدف واحد وهو تقليل التكلفة إلي صورة مشاكل التحليل الشبكي كنماذج رياضية خطية يمكن معالجتها بأحد أساليب البرمجة الخطية متعددة الاهداف باستخدام أقصر مسار لشبكة مسارات مباشرة والوصول إلي تكلفة مثلى بحسابات يدوية دقيقة .
2. مشكلة أقصر مسار هي برمجة بالأهداف تساعدنا على اتخاذ القرارات المتعلقة بتوزيع ونقل الموارد المتاحة لتحقيق عدة أهداف مختلفة (أقل تكلفة – أقل وقت – أقل جهد – أقل امكانيات ... ألخ)
3. مشكلة النقل كغيرها من المشاكل تعاني منها المؤسسات الاقتصادية وتشكل المبالغ التي تنفق عليها نسبة كبيرة من تكلفة الانتاج أو البيع لهذا السبب نجد مؤسسات الانتاج والاقتصاد تولي هذه الوظيفة أهمية كبيرة ، علماً بأنه يمكن أن تلحق المؤسسات بخسائر فادحة إذا حصل أي إخفاق في عملية النقل لذلك يتطلب الأمر وضع خطط وسياسات ملائمة وحديثة لوظيفة النقل من أجل الحصول على أمثلية التكلفة .

الدراسات السابقة :

1. **دراسة (خضور، و شريط، 2018** ، ص 17-31):

اشارت هذه الدراسة حول كيفية وضع نموذج رياضي من أجل تحديد أمثلية مشكلة النقل باستخدام نموذج البرمجة بالاهداف في تعاونية الحبوب والخضار والجافة التي تعتبر احدى المؤسسات الوطنية التي تقوم بتخزين ونقل القمح من المخاون إلي المطاحن، واستخدام برنامج LINGO.17 وقد اثبتت نتائج الدراسة ان استخدام الاساليب الكمية ومن بينها اسلوب البرمجة بالاهداف من شأنه ان يساعد متخذ القرار للوصول إلي حلول افضل لمشكلة الدراسة .

2. دراسة (بخيت، وعبود، 2018، ص 137-158):

أشارت هذه الدراسة إلي بناء نموذج رياضي خاص بمشكلة النقل ثلاثي الابعاد الذي يكون فيه نقل السلع غير متجانسة وتم استعمال اسلوب البرمجة المتعددة الاهداف الضبابية وتم ايضا استعمال نوعين من دوال الانتماء وهي الخطية والاسية ، ولقد اكدت الدراسة كفاءة هذا النموذج في خفض تكاليف واوقات النقل الاجمالية ، كذلك افضلية دالة الانتماء الخطية على دالة الانتماء الاسية في خفض التكاليف الكلية للنقل .

3.دراسة (عبد الرزاق، و عبد الغني، 2017، ص 457-472):

أشارت هذه الدراسة إلي ايجاد اقصر مسار (الاقل وقتاً) في شبكة ضبابية لنقل الادوية من مخزن الاسكان إلي مستشفى الامل للاورام السرطانية في مدينة بغداد وذلك باستخدام اسلوب البرمجة الخطية المتعددة الاهداف.

4. دراسة (ابراهيم، و **عباس، 2016**، ص275-287):

أشارت هذه الدراسة إلي تطبيق نموذج رياضي لحل مشكلة نقل منتج النفط الاسود مع تحديد اقصى وقت ممكن لنقله ضمن حدود العرض والطلب بين مصادر التجهيز ومصادر الاستهلاك بأقل التكاليف الممكنة لنقله وباستخدام طريقة النقطة الصفرية ومقارنتها مع طريقة **روسيل** التقريبية. وقد اكدت هذه الدراسة ان طريقة النقطة الصفرية ذات فاعلية وسهلة التطبيق وافضل طريقة مقارنة مع طريقة **روسيل** التقريبية.

5. دراسة (محمد،2015، ص 104-119):

أشارت هذه الدراسة حل مشكلة النقل باستخدام مدخل بحوث العمليات لاربعة طرق لتحديد الحل لمشكلة النقل المتوازن طريقة الركن الشمالي الغربي ، طريقة أقل التكاليف ، طريقة **فوجل** التقريبية ، والطريقة المعدلة (المجموع الاقل للتكاليف) وهي الطريقة المقترحة من قبل الباحث اعطت نتائج مشابهة لنتائج طريقة **فوجل** التقريبية إلا انها افضل من حيث اجراءات الحل واعتمد الباحث على طريقة التوزيع المعدل لاختبار امثلية الحل للطريقة المقترحة .

6. دراسة (حسين ، وآخرون، 2012، ص 54-65):

تناولت هذه الدراسة تطبيقات البرمجة الخطية في نماذج النقل وخصوصاً عند وجود مراحل نقل متعددة Multi Stages حيث تم التنبؤ بالطلب على منتج الحليب الجاف ومن ثم بناء نموذج رياضي لمشكلة النقل حيث تعجز طرق النقل الاعتيادية عن حل نموذج نقل لعدة مراحل ، وقد تم استخدام تحليل الحساسية Sensitivity Analysis لايجاد الكميات المثلى المنقولة وبأقل كلفة ممكنة وقد تم التطبيق في شركة المها التجارية المحدودة في جمهورية العراق – مدينة بغداد .

التعليق على الدراسات السابقة :

من خلال الدراسات والابحاث السابقة يتبين أن :

1. مما سبق عرضه من دراسات وبحوث وجد أن بعض الدراسات استخدمت اسلوب البرمجة الخطية المتعددة الاهداف كدراسة (**خضور، و شريط، 2018** ، ص 17-31)، دراسة(**بخيت، وعبود، 2018**، ص 137-158) و دراسة (**عبد الرزاق، و عبد الغني، 2017**، ص 457-472) .
2. بعض الدراسات استخدمت اسلوب البرمجة الخطية الكلاسيكية كدراسة (**محمد،2015**، ص 104-119) باستخدام مدخل بحوث العمليات وطرق النقل التقليدية المعتادة، ودراسة (**حسين ، وآخرون، 2012**، ص 54-65) باستخدام طرق التنبؤ الموسمية حيث تعجز طرق النقل الاعتيادية عن حل نموذج نقل لعدة مراحل .
3. بعض الدراسات استخدمت البرمجيات الحديثة كدراسة (**خضور، و شريط، 2018** ، ص 17-31) استخدمت برنامج 17. LINGO ودراسة (**حسين ، وآخرون، 2012**، ص 54-65) استخدمت برنامج WINQSB .
4. بعض الدراسات رجحت المعالم الضبابية لحل مشاكل النقل بكفاءة عالية كدراسة (**بخيت، وعبود، 2018**، ص 137-158) باستعمال البرمجة الخطية المتعددة الاهداف المضببة ودراسة(**عبد الرزاق، و عبد الغني، 2017**، ص 457-472) البرمجة الخطية المتعدة الاهداف لايجاد اقصر مسار في شبكة ضبابية .
5. بعض الدراسات استخدمت طرق مقترحة حديثة كدراسة (**محمد،2015**، ص 104-119) تسمى الطريقة المعدلة تعتمد على المجموع الاقل للتكاليف وهي لايجاد الحل المبدئي الممكن ودراسة(**ابراهيم**، و**عباس، 2016**، ص275-287) تسمى طريقة النقطة الصفرية لحل مشكلة النقل وتمت مقارنتها مع طريقة **روسيل** التقريبية لايجاد الحل المبدئي الممكن .
6. الدراسة المشابهة لدراستي كانت(**ابراهيم**، و **عباس، 2016**، ص275-287) لاستعمال البرمجة الخطية المتعددة الاهداف لايجاد اقصر مسار باقل وقت ولكن بشبكة ضبابية المعالم بدلاً من الاعداد الحقيقية على اساس ان صانع القرار لديه شكوك حول البيانات المتمثلة في الوقت والمسافة والتكلفة ومن رؤية الباحث ان استخدام مشكلة اقصر مسار في شبكة اعتيادية مباشرة يكون افضل على افتراض ان صانع القرار يكون متأكد من البيانات في الشبكة ، ومن رؤية الباحث على الارجح أن تكون المقارنة بين طريقة النقطة الصفرية واحدى الطرق المعتادة المحسنة للحل المبدئي الممكن مثل طريقة التخطي أو طريقة التوزيع المعدل. والجدير بالذكر إن إجراءات الحل بطريقة النقطة الصفرية لا تختلف عن الطرق التقليدية المعتادة لنماذج النقل

التي تحتاج إلي اجراءات عديدة وشاقة ، بالإضافة إلي انها تحتاج إلي تطبيق مرحلتي الحل المبدئي ومرحلة تحسين الحل للوصول للأمثلية وعند استخدامها لنماذج النقل قيد دراستي تم التوصل إلي نفس تكلفة الحل بطريقة التوزيع المعدل.

الجانب النظري :

تم دراسة ثلاث مسائل نقل مختلفة بياناتها محاكاة من حيث عدد المتغيرات وعدد القيود لنقل السلع من المصادر (مثلا المصانع) إلي مراكز الطلب (مثلا المخازن) وبافتراض m من المصادر و n من مراكز الطلب ، فإن الهدف الأساسي هو تحديد خطة لنقل الوحدات من المصدر إلي مركز الطلب بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن . ولتكن S_i عدد وحدات التجهيز المطلوبة عند المصدر i (حيث $i=1,2,3,....,m$) ، d_j هي عدد وحدات الطلب المطلوبة عند مركز الطلب j (حيث $j=1,2,3,....,n$) وتمثل C_{ij} تكلفة نقل الوحدة الواحدة من المصدر i إلي مركز الطلب j ، X_{ij} تمثل عدد الوحدات المنقولة من المصدر i إلي مركز الطلب j فإن نموذج البرمجة الخطية لمشكلة النقل سيكون بالصورة التالية :

$$Minimize : z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}C_{ij}X_{ij}$$

$$Subjectto : \quad \sum_{i=1}^{m}X_{ij}=d_j \quad j=1,2,...,n$$

$$\sum_{j=1}^{n}X_{ij}=S_i \quad i=1,2,...,m$$

$$X_{ij}\geq 0$$

في هذا البحث نعتبر أن نماذج النقل متوازنة بحيث يكون التجهيز الكلي من المصادر يساوي الطلب الكلي لمراكز الطلب $\sum_{i=1}^{m}S_i=\sum_{j=1}^{n}d_j$ وإذا لم تكن مشاكل النقل متوازنة فيتم معالجتها بإجراء عملي لتحقيق الاتزان لهذا النموذج واستخدام الطرق المعتادة لايجاد الحل المبدئي الممكن لنماذج النقل مثل طريقة الركن الشمالي الغربي ، وطريقة أقل التكاليف أو طريقة فوجل التي تحقق شروط الحل الممكن :

1. اكتفاء الصفوف m.
2. اكتفاء الاعمدة n.
3. المستخدم في الحل يحقق القاعدة ($m+n-1$).

- **طريقة الركن الشمالي الغربي North West –Corner Method.**

تعتبر هذه الطريقة من أسهل الطرق لايجاد الحل المبدئي الممكن لنموذج النقل حيث تبدأ عملية أيجاد الحل المبدئي من الزاوية الشمالية الغربية ولذلك سميت بهذا الأسم ولكن هذا الحل غالباً ما يحتاج إلي تحسين لأن هذه الطريقة لا تعتمد على عنصر التكلفة .

- **طريقة أقل التكاليف Minimum – Cost Method .**

هذه الطريقة تستخدم لايجاد الحل المبدئي الممكن لنموذج النقل ولأنها تعتمد على مشاهدة قيم التكلفة واختيار أقل تكلفة ممكنة فغالباً ما يكون الحل أمثل أو يحتاج إلي دورات قليلة.

- **طريقة فوجل التقريبية Vogel's Approximation Method.**

وهي الطريقة الافضل لايجاد الحل المبدئي الممكن لنموذج النقل من سابقتيها لما تتميز به من السرعة في الوصول إلي الحل الأمثل أو الحل القريب من الأمثلية ولكنها تحتاج إلي عمليات حسابية أطول مما تحتاجه طريقتا الركن الشمالي الغربي وأقل التكاليف ولاختبار أمثلية الحل يمكن استخدام طريقتان هما :

- **طريقة التخطي The Stepping Stone Method .**
- **طريقة التوزيع المعدل Modified Distribution Method .**

قمت باستخدام طريقة التوزيع المعدل وهي تعتمد على الخاصية الثنائية لصياغة معادلات خطية لمشكلة النقل وذلك بفرض u_i لكل صف من العرض (حيث $i=1,2,....m$) و v_j لكل عمود من أعمدة الطلب (حيث $j=1,2,....n$) ولكل مربع من المربعات المستخدمة فإن $C_{ij}=u_i+v_j$ حيث C_{ij} تمثل تكلفة النقل للمربع (i,j) ويتم تقييم المربعات غير المستخدمة كالتالي:

$D_{ij}=C_{ij}-u_i-v_j$ حيث D_{ij} هو مقدار تحسين الحل أو نتيجة تقييم المربعات غير المستخدمة وإذا كان ناتج التقييم موجب أو أصفار فنكون قد وصلنا للحل الأمثل لنموذج النقل وإذا كان سالب فهناك حل أفضل من الحل الحالي وهكذا نستمر حتى نصل إلي الحل الأمثل وبتحويل نموذج مشكلة النقل إلي شبكة من المسارات المباشرة واستخدام مشكلة أقصر مسار لايجاد التكلفة المثلى بالطرق اليدوية لاظهار مدى كفاءة مشكلة اقصر مسار بتحقيق شروط الحل الممكن للطرق المعتادة لنماذج النقل والتي يمكن حلها باستخدام البرمجيات الحديثة .

الجانب التطبيقي:

تطبيق شبكة أقصر مسار على نماذج النقل بحيث تم نمذجتها كمشاكل أمثلية الشبكات وحلها بفاعلية ودقة حتى يتم الوصول لأمثلية الحل . وتتكون الشبكة من نقاط تسمى مصادر A_i

تمثل الصفوف في نموذج النقل حيث $(i = 1,2,...,m)$ يتم نقلها وتوزيعها إلي نقاط تسمى مراكز الطلب B_j تمثل الأعمدة في نموذج النقل حيث $(j = 1,2,...,n)$ وخطوط مباشرة في اتجاه واحد تسمى بالأقواس أو المسارات ، ويبدأ التطبيق وفق القاعدة $(2^n - 1)$ لحساب عدد المسارات المتاحة لكل صف (حيث n هي عدد الأعمدة) وتكوين معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة لكل صف من صفوف نموذج النقل ، ومنها يتم تحديد التكلفة المثلى للمسار وعندما ننتهي من حساب التكلفة المثلى لكل الصفوف نكون قد وصلنا للحل الأمثل لمسألة نموذج النقل بأستخدام أمثلية أقصر مسار .

<u>مسألة النقل الأولى</u>. إذا كان لدينا مسألة النقل التالية :

عدد الصفوف لها m=3 و عدد الاعمدة لها n=3

	B_1	B_2	B_3	
A_1	7	6	3	40
A_2	1	4	2	50
A_3	5	3	6	30
	60	40	20	

نموذج (1) مسألة النقل الأولى

يتم ايجاد الحل المبدئي لها بإحدى الطرق المعتادة وهي زاوية أقصى الشمال الغربي، طريقة أقل التكاليف أو طريقة **فوجل** والوصول إلي الحل الأمثل بطريقة التوزيع المعدل.

	B_1	B_2	B_3	
A_1	10 [7]	10 [6]	20 [3]	40
A_2	50 [1]	[4]	[2]	50
A_3	[5]	30 [3]	[6]	30
	60	40	20	

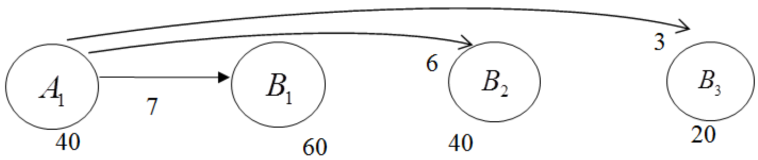
نموذج (2) الحل الأمثل لمسألة النقل الأولى

وتكلفة الحل الأمثل لنموذج مسألة النقل هي :

$$7\times10 + 6\times10 + 3\times20 + 1\times50 + 3\times30 = 330$$ دينار

سوف نستخدم طريقة أقصر مسار لحل مسألة النقل وذلك بفك النموذج إلي ثلاثة صفوف وأيجاد أقل تكلفة مثلى لكل صف ومقارنتها بالحل الأمثل لنموذج مسألة النقل وهل الحل الذي يتم الوصول إليه يحقق شروط الحل الممكن لنموذج مسألة النقل ؟ أم لا. وللإجابة على هذا السؤال سوف نبدأ التطبيق وفق القاعدة 2^n-1 وهي لحساب عدد المسارات المتاحة لكل صف حيث n هي عدد الاعمدة .

لهذه المسالة ثلاثة أعمدة بالتالي $(2^3-1=7)$ عدد المسارات المتاحة لكل صف ويتم حساب أقل تكلفة ممكنة لكل مسار بفرض المتغير x للعمود الأول والمتغير y للعمود الثاني والمتغير z للعمود الثالث ويرمز لمعادلة المسار Path Equation ($P.E$) كما هو موضح في جدول (1) التالي:

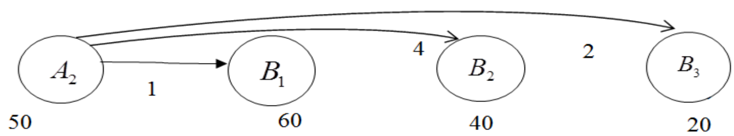


شكل (1) مسارات الصف الاول

جدول (1) أقل تكلفة لمسارات الصف الأول

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	أقل تكلفة للمسار
$A_1\ B_1$	$P.E=7x\ ,\ x=40$	280
$A_1\ B_2$	$P.E=6y\ ,\ y=40$	240
$A_1\ B_3$	$P.E=3z$	غير متاحة للقيمة المفروضة
$A_1\ B_2+A_1\ B_1$	$P.E=7x+6y$	240
$A_1\ B_3+A_1\ B_1$	$P.E=7x+3z\ ,\ x=20\ ,\ z=20$	200
$+A_1\ B_3\ A_1\ B_2$	$P.E=6y+3z\ ,\ y=20\ ,\ z=20$	180
$+A_1\ B_2+A_1\ B_3\ A_1\ B_1$	$P.E=7x+6y+3z$,$x=0,y=20,z=20$	180

التكلفة المثلى هي المسار $A_1\ B_2+A_1B_3$ يعطي قيمة 180 دينار للصف الأول .

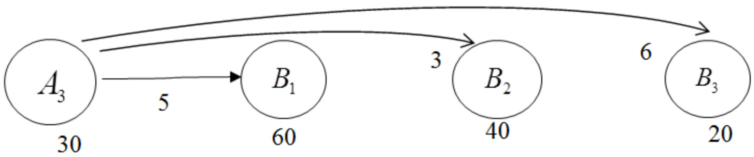


شكل (2) مسارات الصف الثاني

جدول (2) أقل تكلفة لمسارات الصف الثاني

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	اقل تكلفة للمسار
$A_2\ B_1$	$50P.E=x\ ,\ x=$	50
$A_2\ B_2$	$y4P.E=$	غير متاحة للقيمة المفروضة
$A_2\ B_3$	$P.E=2z$	غير متاحة للقيمة المفروضة
$A_2\ B_2 + A_2\ B_1$	$P.E=x+4y\ \ ,\ x=50\ \ ,\ y=0$	50
$A_2\ B_3 + A_2\ B_1$	$0P.E=x+2z\ \ ,\ x=50\ ,\ z=$	50
$+\ A_2\ B_3\ A_2\ B_2$	$P.E=4y+2z\ \ ,\ y=30\ ,\ z=20$	160
$+\ A_2\ B_2 +\ A_2\ B_3\ A_2\ B_1$	$P.E=x+4y+2z\ \ ,x=50\ ,y=0,z=0$	50

التكلفة المثلى هي المسار $A_2\ B_1$ يعطي قيمة 50 دينار للصف الثاني



شكل (3) مسارات الصف الثالث

جدول (3) أقل تكلفة لمسارات الصف الثالث

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	اقل تكلفة للمسار
$A_3\ B_1$	$P.E=5x\ ,\ x=30$	150
$A_3\ B_2$	$P.E=3y\ \ ,\ y=30$	90
$A_3\ B_3$	$P.E=6z$	غير متاحة للقيمة المفروضة
$A_3\ B_2 + A_3\ B_1$	$P.E=5x+3y\ \ ,\ x=0\ \ ,\ y=30$	90
$A_3\ B_3 + A_3\ B_1$	$P.E=5x+6z\ \ ,\ x=30\ ,\ z=0$	150
$+\ A_3\ B_3\ A_3\ B_2$	$P.E=3y+6z\ \ ,\ y=30\ ,\ z=0$	90
$+\ A_3\ B_2 +\ A_3\ B_3\ A_3\ B_1$	$P.E=5x+3y+6z\ ,x=0,y=30,z=0$	90

التكلفة المثلى هي المسار $A_3\ B_2$ يعطي قيمة 90 دينار للصف الثالث.

مسألة النقل الثانية. إذا كان لدينا مسألة النقل التالية :

عدد الصفوف لها $m=3$ و عدد الاعمدة لها $n=4$

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	5	4	3	1	**20**
A_2	7	1	10	2	**15**
A_3	3	9	8	7	**20**
	15	**10**	**15**	**15**	

نموذج (3) مسألة النقل الثانية

والحل الأمثل لها بالطرق المعتادة الذي يحقق شروط الحل الممكن لنموذج مسألة النقل .

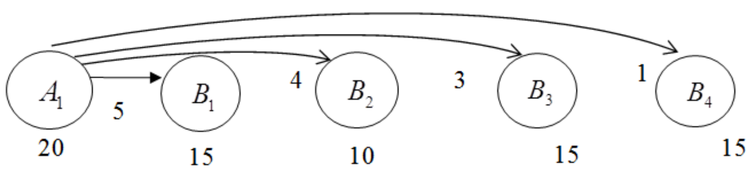
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	5	4	10 (3)	10 (1)	**20**
A_2	7	10 (1)	10	5 (2)	**15**
A_3	15 (3)	9	5 (8)	7	**20**
	15	**10**	**15**	**15**	

نموذج (4) الحل الأمثل لمسألة النقل الثانية

وتكلفة الحل الأمثل لنموذج مسألة النقل هي :

$$145=8\times5+3\times15+2\times5+1\times10+1\times10+3\times10$$ دينار

لهذه المسألة أربعة أعمدة بالتالي $(2^4-1=15)$ عدد المسارت المتاحة لكل صف ويتم حساب أقل تكلفة ممكنة لكل مسار بفرض المتغير x للعمود الأول والمتغير y للعمود الثاني والمتغير z للعمود الثالث والمتغير w للعمود الرابع كما هو موضح في جدول (4) التالي :

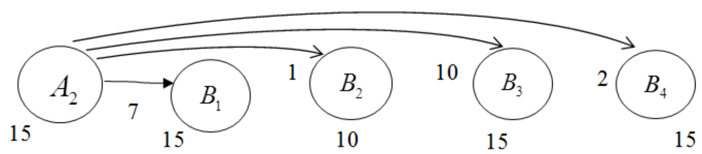


شكل (4) مسارات الصف الأول

جدول (4) أقل تكلفة لمسارات الصف الأول

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	اقل تكلفة للمسار
A_1B_1	$P.E=5x$	غير متاحة
A_1B_2	$P.E=4y$	غير متاحة
A_1B_3	$P.E=3z$	غير متاحة
A_1B_4	$P.E=w$	غير متاحة
$A_1B_1+A_1B_2$	$P.E=5x+4y$, $x=10$, $y=10$	90
$A_1B_1+A_1B_3$	$P.E=5x+3z$, $x=5$, $z=15$	70
$A_1B_1+A_1B_4$	$P.E=5x+w$,$x=5,w=15$	40
$A_1B_2+A_1B_3$	$P.E=4y+3z$, $y=5$,$z=15$	65
$A_1B_2+A_1B_4$	$P.E=4y+w$,$y=5,w=15$	35
$A_1B_3+A_1B_4$	$P.E=3z+w$,$z=5,w=15$	30
$A_1B_1+A_1B_2+A_1B_3$	$P.E=5x+4y+3z$,$x=0,y=5,z=15$	65
$A_1B_1+A_1B_2+A_1B_4$	$P.E=5x+4y+w$,$x=0,y=5,w=15$	35
$A_1B_1+A_1B_3+A_1B_4$	$P.E=5x+3z+w$,$x=0,z=5,w=15$	30
$A_1B_2+A_1B_3+A_1B_4$	$P.E=4y+3z+w$,$y=0,z=5,w=15$	30
$A_1B_1+A_1B_2+A_1B_3+A_1B_4$	$P.E=5x+4y+3z+w$,$x=0,y=0,z=5,w=15$	35

التكلفة المثلى هي المسار $A_1B_3+A_1B_4$ يعطي قيمة 30 دينار للصف الاول

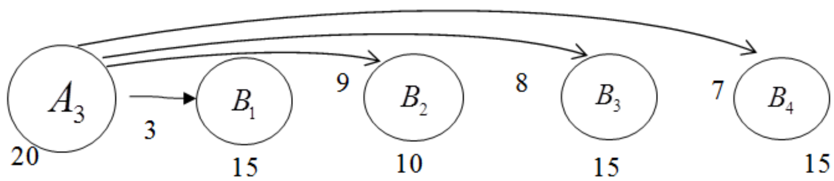


شكل (5) مسارات الصف الثاني

جدول (5) أقل تكلفة لمسارات الصف الثاني

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	اقل تكلفة للمسار
$A_2\ B_1$	$P.E{=}7x$, x=15	105
$A_2\ B_2$	$P.E{=}y$	غير متاحة
$A_2\ B_3$	$P.E{=}10z$, $z{=}15$	150
$A_2\ B_4$	$P.E{=}2w$,$w{=}15$	30
$A_2\ B_1 + A_2\ B_2$	$P.E{=}7x{+}y$, $x{=}5$, $y{=}10$	45
$A_2\ B_1 + A_2\ B_3$	5 , z=01P.E=7x+10z , x=	105
$A_2\ B_1 + A_2\ B_4$	$P.E{=}7x{+}2w$,$x{=}0,w{=}15$	30
$A_2\ B_2 + A_2\ B_3$	$P.E{=}y{+}10z$, $y{=}10$,$z{=}5$	60
$A_2\ B_2 + A_2\ B_4$	$P.E{=}y{+}2w$,$y{=}10,w{=}5$	20
$A_2\ B_3 + A_2\ B_4$	$P.E{=}10z{+}2w$,$z{=}0,w{=}15$	30
$A_2\ B_1 + A_2\ B_2 + A_2\ B_3$	$P.E{=}7x{+}y{+}10z$,$x{=}5,y{=}10,z{=}0$	45
$A_2\ B_1 + A_2\ B_2 + A_2\ B_4$	$P.E{=}7x{+}y{+}2w$,$x{=}0,y{=}10,w{=}5$	20
$A_2\ B_1 + A_2\ B_3 + A_2\ B_4$	$P.E{=}7x{+}10z{+}2w$,$x{=}0,z{=}0,w{=}15$	30
$A_2\ B_2 + A_2\ B_3 + A_2\ B_4$	$P.E{=}y{+}10z{+}2w$,$y{=}10,z{=}0,w{=}5$	20
$A_2\ B_1 + A_2\ B_2 + A_2\ B_3 + A_2\ B_4$	$P.E{=}7x{+}y{+}10z{+}2w$,$x{=}0,y{=}0,z{=}0,w{=}15$	30

التكلفة المثلى هي المسار $A_2\ B_2 + A_2\ B_4$ يعطي قيمة 20 دينار للصف الثاني



شكل (6) مسارات الصف الثالث

جدول (6) أقل تكلفة لمسارات الصف الثالث

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة	أقل تكلفة للمسار
$A_3 B_1$	$P.E=3x$	غير متاحة
$A_3 B_2$	$P.E=9y$	غير متاحة
$A_3 B_3$	$P.E=8z$	غير متاحة
$A_3 B_4$	$P.E=7w$	غير متاحة
$A_3 B_1 + A_3 B_2$	$P.E=3x+9y \quad , x=15 \ , \ y=5$	90
$A_3 B_1 + A_3 B_3$	$P.E=3x+8z \quad , x=15 \ , \ z=5$	85
$A_3 B_1 + A_3 B_4$	$P.E=3x+7w \quad ,x=15,w=5$	80
$A_3 B_2 + A_3 B_3$	$P.E=9y+8z \quad ,y=5,z=15$	165
$A_3 B_2 + A_3 B_4$	$P.E=9y+7w \quad ,y=5,w=15$	150
$A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=8z+7w \quad ,z=5,w=15$	145
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_3$	$P.E=3x+9y+8z \quad ,x=15,y=0,z=5$	85
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_4$	$P.E=3x+9y+7w \quad ,x=15,y=0,w=5$	80
$A_3 B_1 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=3x+8z+7w \quad ,x=15,z=0,w=5$	80
$A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=9y+8z+7w \quad ,y=0,z=5,w=15$	145
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=3x+9y+8z+7w$ $,x=15,y=0,z=0,w=5$	80

التكلفة المثلى هي المسار $A_3 B_1 + A_3 B_4$ يعطي قيمة 80 دينار للصف الثالث.

<u>مسألة النقل الثالثة :</u> إذا كان لدينا مسألة النقل التالية

عدد الصفوف لها $m=4$ و عدد الاعمدة لها $n=5$

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	7	3	8	2	6	33
A_2	5	2	7	4	5	27
A_3	4	3	2	5	1	40
A_4	1	2	3	5	7	25
	20	45	5	30	25	

نموذج (5) الحل الأمثل لمسألة النقل الثالثة

والحل الأمثل لها هو

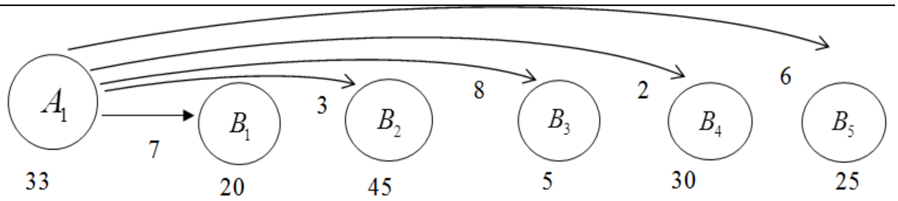
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	7	3 [3]	8	30 [2]	6	33
A_2	5	27 [2]	7	4	5	27
A_3	4	10 [3]	5 [2]	5	25 [1]	40
A_4	20 [1]	5 [2]	3	5	7	25
	20	45	5	30	25	

نموذج (6) الحل الأمثل لمسألة النقل الثالثة

وتكلفة الحل الأمثل لنموذج مسألة النقل هي :

$$218 = 2\times5 + 1\times20 + 1\times25 + 2\times5 + 3\times10 + 2\times27 + 2\times30 + 3\times3$$ دينار

وعند استخدام طريقة اقصر مسار لهذه المسألة خمسة اعمدة بالتالي $(2^5 - 1 = 31)$ عدد المسارات المتاحة لكل صف ويتم حساب اقل تكلفة ممكنة لكل مسار بفرض المتغير x للعمود الأول والمتغير y للعمود الثاني والمتغير z للعمود الثالث والمتغير w للعمود الرابع والمتغير v للعمود الخامس كما هو موضح في الجدول (7) التالي :



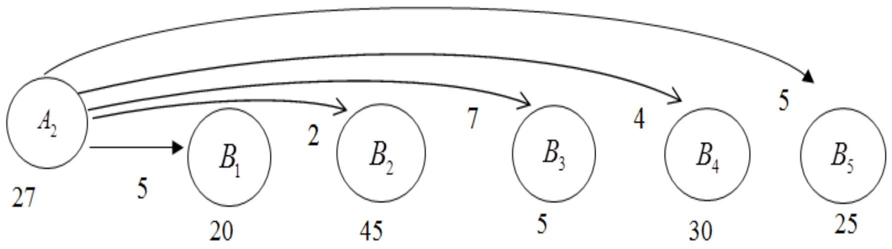
شكل (7) مسارات الصف الاول

جدول (7) أقل تكلفة لمسارات الصف الأول

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	اقل تكلفة للمسار
A_1B_1	P.E=7x	غير متاحة
A_1B_2	P.E=3y , y=33	99
A_1B_3	P.E=8z	غير متاحة
A_1B_4	P.E=2w	غير متاحة
A_1B_5	P.E=6v	غير متاحة
$A_1B_1+A_1B_2$	P.E=7x+3y ,x=0,y=33	99
$A_1B_1+A_1B_3$	P.E=7x+8z ,x=22,z=11	242
$A_1B_1+A_1B_4$	P.E=7x+2w ,x=3,w=30	81
$A_1B_1+A_1B_5$	P.E=7x+6v ,x=8 , v=25	206
$A_1B_2+A_1B_3$	P.E=3y+8z , y=33 ,z=0	99
$A_1B_2+A_1B_4$	P.E=3y+2w y=3 ,w=30	69
$A_1B_2+A_1B_5$	P.E=3y+6v , y=33 , v=0	99
$A_1B_3+A_1B_4$	P.E=8z+2w , z=3 ,w=30	84
$A_1B_3+A_1B_5$	P.E=8z+6v	غير متاحة
$A_1B_4+A_1B_5$	P.E=2w+6v , w=30 , v=3	78
$A_1B_1+A_1B_2+A_1B_3$	P.E=7x+3y+8z ,x=0 ,y=33 ,z=0	99
$A_1B_1+A_1B_2+A_1B_4$	P.E=7x+3y+2w , x=0 ,y=3,w=30	69
$A_1B_1+A_1B_2+A_1B_5$	P.E=7x+3y+6v , x=0 ,y=33 , v=0	99
$A_1B_2+A_1B_3+A_1B_4$	P.E=7x+8z+2w ,x=3 , z=0,w=30	81
$A_1B_1+A_1B_3+A_1B_5$	P.E=7x+8z+6v , x=8 ,z=0 , v=25	206
$A_1B_1+A_1B_4+A_1B_5$	P.E=7x+2w+6v , x=0 ,w=30 , v=3	78
$A_1B_2+A_1B_3+A_1B_4$	P.E=3y+8z+2w , y=3 , z=0 ,w=30	69
$A_1B_2+A_1B_3+A_1B_5$	P.E=3y+8z+6v ,y=33 , z=0 ,v=0	99

$A_1B_2 + A_1B_4 + A_1B_5$	*P.E=3y+2w+6v , y=3 ,w=30, v=0*	69
$A_1B_3 + A_1B_4 + A_1B_5$	*P.E=8z+2w+6v , z=0, w=30 v=3*	78
$A_1B_1 + A_1B_2 + A_1B_3 + A_1B_4$	*P.E=7x+3y+8z+2w,x=0,y=3,z=0,w=30*	69
$A_1B_1 + A_1B_2 + A_1B_3 + A_1B_5$	*P.E=7x+3y+8z+6v,x=0,y=33,z=0,v=0*	99
$A_1B_1 + A_1B_2 + A_1B_4 + A_1B_5$	*P.E=7x+3y+2w+6v,x=0,y=3,w=30,v=0*	69
$A_1B_1 + A_1B_3 + A_1B_4 + A_1B_5$	*P.E=7x+8z+2w+6v,x=0,z=0,w=30,v=3*	78
$A_1B_2 + A_1B_3 + A_1B_4 + A_1B_5$	*P.E=3y+8z+2w+6v,y=3,z=0,w=30,v=0*	69
$A_1B_1 + A_1B_2 + A_1B_3 + A_1B_4 + A_1B_5$	*P.E=7x+3y+8z+2w+6v,x=0,y=3,z=0, w=30,v=0*	69

التكلفة المثلى هي المسار $A_1B_2 + A_1B_4$ يعطي قيمة 69 دينار للصف الأول



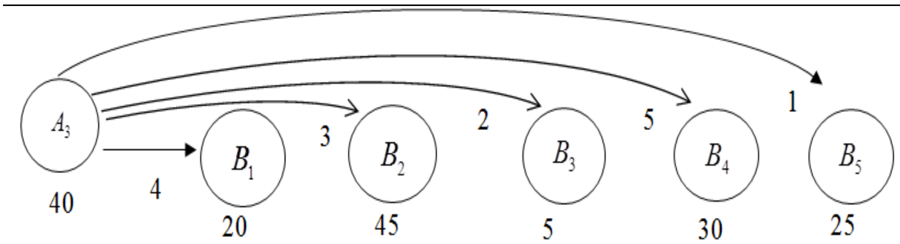
شكل (8) مسارات الصف الثاني

جدول (8) أقل تكلفة لمسارات الصف الثاني

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	اقل تكلفة للمسار
A_2B_1	*P.E=5x*	غير متاحة
A_2B_2	*P.E=2y , y=27*	54
A_2B_3	*P.E=7z*	غير متاحة
A_2B_4	*P.E=4w ,w=27*	108
A_2B_5	*P.E=5v*	غير متاحة
$A_2B_1 + A_2B_2$	*P.E=5x+2y , x=0 ,y=27*	54

$A_2\,B_1 + A_2\,B_3$	P.E=5x+7z,	غير متاحة
$A_2\,B_1 + A_2\,B_4$	70 , w=2P.E=5x+4w , x=	108
$A_2\,B_1 + A_2\,B_5$	P.E=5x+5v , x=20 , v=7	135
$A_2\,B_2 + A_2\,B_3$	P.E=2y+7z ,y=27 , z=0	54
$A_2\,B_2 + A_2\,B_4$	P.E=2y+4w , y=27 , w=0	54
$A_2\,B_2 + A_2\,B_5$	P.E=2y+5v , y=27 , v=0	54
$A_2\,B_3 + A_2\,B_4$	P.E=7z+4w , z=0 , w=27	108
$A_2\,B_3 + A_2\,B_5$	P.E=7z+5v , z=2 , v=25	139
$A_2\,B_4 + A_2\,B_5$	P.E=4w+5v , w=27 v=0	108
$A_2\,B_1 + A_2\,B_2 + A_2\,B_3$	P.E=5x+2y+7z , x=0 , y=27 , z=0	54
$A_2\,B_1 + A_2\,B_2 + A_2\,B_4$	P.E=5x+2y+4w , x=0 ,y=27, w=0	54
$A_2\,B_1 + A_2\,B_2 + A_2\,B_5$	P.E=5x+2y+5v , x=0,y=27 , v=0	54
$A_2\,B_1 + A_2\,B_3 + A_2\,B_4$	P.E=5x+7z+4w , x=0, z=0, w=27	108
$A_2\,B_1 + A_2\,B_3 + A_2\,B_5$	P.E=5x+7z+5v , x=20 , z=0 , v=7	135
$A_2\,B_1 + A_2\,B_4 + A_2\,B_5$	P.E=5x+4w+5v , x=0, w=27, v=0	108
$A_2\,B_2 + A_2\,B_3 + A_2\,B_4$	P.E=2y+7z+4w , y=27 , z=0 , w=0	54
$A_2\,B_2 + A_2\,B_3 + A_2\,B_5$	P.E=2y+7z+5v , y=27 , z=0 , v=0	54
$A_2\,B_2 + A_2\,B_4 + A_2\,B_5$	P.E=2y+4w+5v , y=27 , w=0 , v=0	54
$A_2\,B_3 + A_2\,B_4 + A_2\,B_5$	P.E=7z+4w+5v , z=0, w=27, v=0	108
$A_2\,B_1 + A_2\,B_2 + A_2\,B_3 + A_2\,B_4$	P.E=5x+2y+7z+4w , x=0,y=27,z=0,w=0	54
$A_2\,B_1 + A_2\,B_2 + A_2\,B_3 + A_2\,B_5$	P.E=5x+2y+7z+5v, x=0,y=27,z=0,v=0	54
$A_2\,B_1 + A_2\,B_2 + A_2\,B_4 + A_2\,B_5$	P.E=5x+2y+4w+5v,x=0,y=27,w=0,v=0	54
$A_2\,B_1 + A_2\,B_3 + A_2\,B_4 + A_2\,B_5$	P.E=5x+7z+4w+5v,x=0,z=0,w=27,v=0	108
$A_2\,B_2 + A_2\,B_3 + A_2\,B_4 + A_2\,B_5$	P.E=2y+7z+4w+5v,y=27,z=0,w=0,v=0	54
$A_2\,B_1 + A_2\,B_2 + A_2\,B_3 +$ $A_2\,B_4 + A_2\,B_5$	P.E=5x+2y+7z+4w+5v,x=0,y=27,z=0,w=0,v=0	54

التكلفة المثلى هي المسار $A_2\,B_2$ يعطي قيمة 54 دينار للصف الثاني .



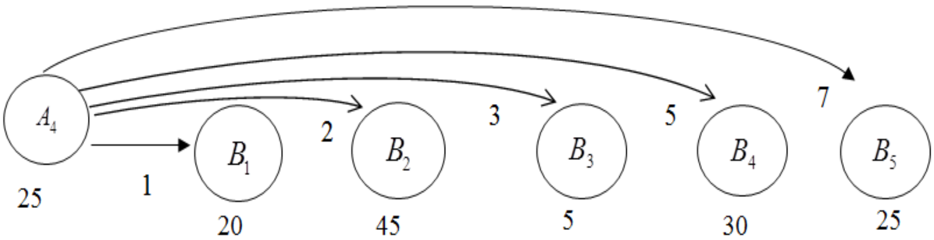
شكل (9) مسارات الصف الثالث

جدول (9) أقل تكلفة لمسارات الصف الثالث

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	اقل تكلفة للمسار
$A_3 B_1$	P.E=4x	غير متاحة
$A_3 B_2$	y , y=403P.E=	120
$A_3 B_3$	z2P.E=	غير متاحة
$A_3 B_4$	P.E=5w	غير متاحة
$A_3 B_5$	P.E=v	غير متاحة
$A_3 B_1 + A_3 B_2$	P.E=4x+3y, x=0 , y=40	120
$A_3 B_1 + A_3 B_3$	P.E=4x+2z	غير متاحة
$A_3 B_1 + A_3 B_4$	x+5w, x=20 , w=204P.E=	180
$A_3 B_1 + A_3 B_5$	x+v , x=15, v=254P.E=	85
$A_3 B_2 + A_3 B_3$	5 , z=35z , y=2y+3P.E=	115
$A_3 B_2 + A_3 B_4$	5w, y=40 , w=0+y3P.E=	120
$A_3 B_2 + A_3 B_5$	y+v ,y=15 , v=253P.E=	70
$A_3 B_3 + A_3 B_4$	z+5w2P.E=	غير متاحة
$A_3 B_3 + A_3 B_5$	z+v2P.E=	غير متاحة
$A_3 B_4 + A_3 B_5$	P.E=5w+v , w=15 , v=25	100
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_3$	P.E=4x+3y+2z , x=0, y=35 , z=5	115
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_4$	P.E=4x+3y+5w ,x=0 , y=40 ,w=0	120
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_5$	P.E=4x+3y+v ,x=0, y=15, v=25	70
$A_3 B_1 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	P.E=4x+2z+5w , x=20 , z=5 , w=15	165
$A_3 B_1 + A_3 B_3 + A_3 B_5$	P.E=4x+2z+v , x=10, z=5 , v=25	75
$A_3 B_1 + A_3 B_4 + A_3 B_5$	P.E=4x+5w+v, x=15,w=0,v=25	85
$A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	P.E=3y+2z+5w , y=35, z=5, w=0	115
$A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_5$	P.E=3y+2z+v , y=10, z=5 , v=25	65

$A_3\,B_2 + A_3\,B_4 + A_3\,B_5$	*P.E=3y+5w+v ,y=15, w=0 , v=25*	70
$A_3\,B_3 + A_3\,B_4 + A_3\,B_5$	*P.E=2z+5w+v , z=5 ,w=10 ,v=25*	85
$A_3\,B_1 + A_3\,B_2 + A_3\,B_3 + A_3\,B_4$	*P.E=4x+3y+2z+5w, x=0,y=35,z=5,w=0*	115
$A_3\,B_1 + A_3\,B_2 + A_3\,B_3 + A_3\,B_5$	*P.E=4x+3y+2z+v , x=0,y=10,z=5,v=25*	65
$A_3\,B_1 + A_3\,B_2 + A_3\,B_4 + A_3\,B_5$	*P.E=4x+3y+5w+v , x=0,y=15,w=0,v=25*	70
$A_3\,B_1 + A_3\,B_3 + A_3\,B_4 + A_3\,B_5$	*P.E=4x+2z+5w+v,x=10,z=5,w=0,v=25*	75
$A_3\,B_2 + A_3\,B_3 + A_3\,B_4 + A_3\,B_5$	*P.E=3y+2z+5w+v , y=10,z=5,w=0,v=25*	65
$A_3\,B_1 + A_3\,B_2 + A_3\,B_3 + A_3\,B_4 + A_3\,B_5$	*P.E=4x+3y+3z+5w+v,x=0,y=10,z=5, w=0,v=25*	65

التكلفة المثلى هي $A_3\,B_2 + A_3\,B_3 + A_3\,B_5$ ويعطي قيمة 65 دينار للصف الثالث .



شكل (10) مسارات الصف الرابع

جدول (10) أقل تكلفة لمسارات الصف الرابع

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	اقل تكلفة للمسار
$A_4\,B_1$	*P.E=x*	غير متاحة
$A_4\,B_2$	*P.E=2y , y=25*	50
$A_4\,B_3$	*P.E=3z*	غير متاحة
$A_4\,B_4$	*P.E=5w, w=25*	125
$A_4\,B_5$	*P.E=7v , v=25*	175
$A_4\,B_1 + A_4\,B_2$	*P.E=x+2y , x=20 , y=5*	30
$A_4\,B_1 + A_4\,B_3$	*P.E=x+3z , x=20 , z=5*	35
$A_4\,B_1 + A_4\,B_4$	*P.E=x+5w , x=20 , w=5*	45

$A_4B_1 + A_4B_5$	*P.E=x+7v, x=20 , v=5*	55
$A_4B_2 + A_4B_3$	*P.E=2y+3z , y=25 , z=0*	50
$A_4B_2 + A_4B_4$	*P.E=2y+5w , y=25 , w=0*	50
$A_4B_2 + A_4B_5$	*P.E=2y+7v , y=25 , v=0*	50
$A_4B_3 + A_4B_4$	*P.E=3z+5w, z=5 , w=20*	115
$A_4B_3 + A_4B_5$	*P.E=3z+7v , z=5 ,v=20*	155
$A_4B_4 + A_4B_5$	*P.E=5w+7v , w=25 , v=0*	125
$A_4B_1 + A_4B_2 + A_4B_3$	*P.E=x+2y+3z, x=20 ,y=5,z=0*	30
$A_4B_1 + A_4B_2 + A_4B_4$	*P.E=x+2y+5w ,x=20, y=5 , w=0*	30
$A_4B_1 + A_4B_2 + A_4B_5$	*P.E=x+2y+7v , x=20 ,y=5 , v=0*	30
$A_4B_1 + A_4B_3 + A_4B_4$	*P.E=x+3z+5w , x=20 , z=5 , w=0*	35
$A_4B_1 + A_4B_3 + A_4B_5$	*P.E=x+3z+7v , x=20 , z=5 , v=0*	35
$A_4B_1 + A_4B_4 + A_4B_5$	*P.E=x+5w+7v , x=20 ,w=5 , v=0*	45
$A_4B_2 + A_4B_3 + A_4B_4$	*P.E=2y+3z+5w , y=25 , z=0 , w=0*	50
$A_4B_2 + A_4B_3 + A_4B_5$	*P.E=2y+3z+7v , y=25 , z=0 , v=0*	50
$A_4B_2 + A_4B_4 + A_4B_5$	*P.E=2y+5w+7v , y=25 , w=0 , v=0*	50
$A_4B_3 + A_4B_4 + A_4B_5$	*P.E=3z+5w+7v , z=5 , w=20 , v=0*	115
$A_4B_1 + A_4B_2 + A_4B_3 + A_4B_4$	*P.E=x+2y+3z+5w , x=20, y=5 , z=0 , w=0*	30
$A_4B_1 + A_4B_2 + A_4B_3 + A_4B_5$	*P.E=x+2y+3z+7v , x=20 , y=5, z=0 , v=0*	30
$A_4B_1 + A_4B_2 + A_4B_4 + A_4B_5$	*P.E=x+2y+5w+7v , x=20, y=5,w=0,v=0*	30
$A_4B_1 + A_4B_3 + A_4B_4 + A_4B_5$	*P.E=x+3z+5w+7v , x=20, z=5 ,w=0 , v=0*	35
$A_4B_2 + A_4B_3 + A_4B_4 + A_4B_5$	*P.E=2y+3z+5w+7v , y=25 , z=0 ,w=0 , v=0*	50
$A_4B_1 + A_4B_2 + A_4B_3 + A_4B_4 + A_4B_5$	*P.E=x+2y+3z+5w+7v , x=20,y=5,z=0,w=0,v=0*	30

التكلفة المثلى هي المسار $A_4B_1 + A_4B_2$ ويعطي قيمة 30 دينار للصف الرابع

<u>نتائج مسألة النقل الأولى :</u>

الحل الأمثل لمسألة النقل بطريقة أقصر مسار يكون كالتالي :

	B_1	B_2	B_3	
A_1	$\boxed{7}$	20 $\boxed{6}$	20 $\boxed{3}$	**40**
A_2	50 $\boxed{1}$	$\boxed{4}$	$\boxed{2}$	**50**
A_3	$\boxed{5}$	30 $\boxed{3}$	$\boxed{6}$	**30**

نموذج (7) الحل الأمثل لمسألة النقل الاولى بطريقة اقصر مسار

وتكون تكلفة النقل هي : $6\times20+3\times20+1\times50+3\times30=320$ دينار .

هذه التكلفة مثلى بالنسبة للتكلفة التي تم الحصول عليها لنموذج مسألة النقل بالطرق المعتادة، ولكن هذا الحل يحقق الشرط الأول لنموذج مسألة النقل بإكتفاء الصفوف فقط ولا يحقق الشرطين الآخرين ويتم الوصول إلي نفس نتيجة الحل الأمثل لمسألة النقل وذلك بنقل 10 وحدات من المسار $A_1\,B_2$ إلي المسار $A_1\,B_1$ حتى يصبح الحل محقق لشروط الحل الممكن لنموذج مسألة النقل .

<u>نتائج مسألة النقل الثانية :</u>

الحل الأمثل لمسألة النقل بطريقة أقصر مسار يكون كالتالي :

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	$\boxed{5}$	$\boxed{4}$	5 $\boxed{3}$	15 $\boxed{1}$	**20**
A_2	$\boxed{7}$	10 $\boxed{1}$	$\boxed{10}$	5 $\boxed{2}$	**15**
A_3	15 $\boxed{3}$	$\boxed{9}$	$\boxed{8}$	5 $\boxed{7}$	**20**

نموذج (8) الحل الأمثل لمسألة النقل الثانية بطريقة اقصر مسار

وتكون تكلفة النقل هي : $3\times5+1\times5+1\times15+1\times10+2\times5+3\times15+7\times5=130$ دينار .

ولكن هذا الحل يحقق الشرط الأول بإكتفاء الصفوف ويحقق الشرط الثالث المستخدم في الحل يحقق القاعدة $(m+n-1)$ ولا يحقق الشرط الثاني اكتفاء الاعمدة .

ويتم الوصول إلي نفس نتيجة الحل الامثل لمسألة النقل وذلك بنقل 5 وحدات من المسار A_1B_4 إلي المسار A_1B_3 و 5 وحدات من المسار A_3B_3 إلي المسار A_3B_4 حتى يصبح الحل محقق لشروط الحل الممكن لنموذج مسألة النقل .

<u>نتائج مسألة النقل الثالثة :</u>

الحل الأمثل لمسألة النقل بطريقة أقصر مسار يكون كالتالي :

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	(7)	3 (3)	(8)	30 (2)	(6)	33
A_2	(5)	27 (2)	(7)	(4)	(5)	27
A_3	(4)	10 (3)	5 (2)	(5)	25 (1)	40
A_4	20 (1)	5 (2)	(3)	(5)	(7)	25

نموذج (9) الحل الأمثل لمسألة النقل الثالثة بطريقة اقصر مسار

وتكون تكلفة النقل هي :

$3\times3+2\times30+2\times27+3\times10+2\times5+1\times25+1\times20+2\times5=218$ دينار .

وهذا الحل يحقق شروط الحل الممكن الثلاثة لنموذج مسألة النقل ويعطى نفس الحل الأمثل لنموذج النقل بالطرق المعتادة.

النتائج:

تم التوصل من خلال نتائج البحث لنماذج النقل قيد الدراسة أن مشكلة اقصر مسار بشبكة اعتيادية مباشرة هي طريقة سهلة التطبيق وهي أداة مهمة لصناع القرار بسيطة وفعالة من كل الطرق لنماذج النقل التقليدية لتحديد الحل الأمثل بشكل مباشر والاهم من ذلك أنها لا تحتاج إلي مرحلتي الحل المبدئي الممكن ومرحلة تحسين الحل للوصول للأمثلية . إلي جانب أن جميع المؤسسات الاقتصادية لا تسعى إلي تحقيق إلي هدف واحد وانما تسعى دائماً إلي تحقيق عدة اهداف وهذا يكون على نمط برمجة مشكلة اقصر مسار متعددة الاهداف.

الخلاصة:

جدول (11) – مقارنة النتائج

نماذج النقل	تكلفة النموذج لمسألة النقل بالطرق المعتادة **(طريقة التوزيع المعدل)**	تكلفة النموذج بطريقة اقصر مسار
مسألة النقل الأولى	330	320
مسألة النقل الثانية	145	130
مسألة النقل الثالثة	218	218

التوصية:

يفضل استخدام مشكلة أقصر مسار لايجاد أقل تكلفة ممكنة لنموذج مسائل النقل لأنها فعالة عملياً من حيث الحصول على أقل تكلفة نقل مثلى من نماذج النقل المعتادة (طريقة التخطي أو طريقة التوزيع المعدل) وذلك بغض النظر عن تحقيق شروط الحل الممكن لنموذج النقل والاكتفاء بتحقيق أهم شرط للحل الممكن لجميع نماذج النقل وهو اكتفاء الصفوف الذي يناظر عملياً نقل وتوزيع الانتاج بأكمله. واستخدام البرمجيات الحديثة سيساعد في عملية تطبيق مشكلة أقصر مسار بسهولة وسرعة والوصول إلي أمثلية التكلفة لنماذج النقل .

أولاً– المراجع العربية:

1. ابراهيم، سميرة خليل وعباس، عفراء (2016)، " استعمال طريقة النقطة الصفرية لحل مشكلة النقل"، مجلة الغري للعلوم الاقتصادية والادارية ، جامعة بغداد، ص275-287.
2. السلوم، عثمان بن ابراهيم (2010) ،"علم الأدارة واستخدام الحاسب " ، ط(1) ، كلية إدارة الاعمال ، جامعة الملك سعود ، مركز النشر العلمي والمطابع ، ص 241 .
3. الفيومي، محمد احمد (1991)، " أسس بحوث العمليات "، ط(1) ، دار الفرقان أربد ، عمان ص 297 .
4. النجار، فريد راغب (1978) ،" تحليل الشبكات لتخطيط وجدولة المشروعات"، وكالة المطبوعات، الكويت ، ص 197.
5. أبو العيس، ثناء رشيد صادق(2005) " بحوث العمليات البرمجة الخطية "،ط(1) ، منشورات جامعة عمر المختار ، البيضاء ليبيا، ص884.
6. بخيت ، عبد الجبار خضر و عبود ، سهاد فيصل (2018)، "حل مشكلة النقل الثلاثي الابعاد باستعمال البرمجة الخطية المتعددة الاهداف المضببة" ،ع(1) مج(10)، مجلة كلية مدينة العلم الجامعة ، ص 137-158.
7. بخيت، عبد الجبار خضر ، النعيمي، سعد احمد و بطيخ، عباس حسن (2013) ، "مقدمة في نماذج البرمجة الخطية بين النظرية والتطبيق" ، ط(1) ، مطبعة اساور دار الكتب والوثائق ببغداد ، ص 185.
8. حسين،عمر محمد ناصر ، الزوبعى، عبيد محمود حسن و يونس،عادل موسى (2012)، "تطبيقات البرمجة الخطية في نماذج النقل" ،ع(13)، مجلة العلوم والتكنولوجيا، جامعة السودان. ص 54-65.
9. خضور، أمال و شريط، صلاح الدين (2018)، " أمثلة مشكلة النقل باستخدام نموذج البرمجة الخطية متعددة الاهداف" ،ع (20) ،جامعة المسيلة، ص 17-31 .
10. صالح، هلال هادي ، عبود، خالد جرجيس و ابو العيس، ثناء رشيد صادق(1987)" بحوث العمليات وتطبيقاتها "،ط(1) منشورات الجامعة التكنولوجية ، بغداد .
11. عبد الرزاق، محمد صادق و عبد الغني ،هبة الله (2017)، " البرمجة الخطية المتعددة الاهداف لإيجاد أقصر مسار في شبكة ضبابية"،ع(21)، مجلة كلية التراث الجامعة، جامعة بغداد ،ص 457-472.
12. كعبور، محمد محمد(1992)، " أساسيات بحوث العمليات "، ط(1)، منشورات كلية المحاسبة غريان ، ليبيا، ص 412.

13. محمد، بشير فيصل (2015) ،" استعمال البرمجة الخطية لحل مشكلة النقل واختبار أمثلية الحل بالطريقة المعدلة "،ع(1) ،مج(7)، مجلة كلية مدينة العلم الجامعة ، ص 104-119.

ثانياً– المراجع الأجنبية:

1. Hamdy A-Taha ‹"Operation Research" ‹third edition ‹Mac Millan publiching New York ‹P. 838 (1996(
2. Jing-Rung Yu & Tzu-Hao Wei ‹"Solving The Fuzzy Shortest Path Problem By Using A Linear Multiple Objective Programming" Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers ‹Vol. 24 No.5 ‹PP. 360-365 (2007.(

Network Optimization

1. http://Mat.gsia.cmu.edu/Classes/QUANT/NOTES/CHAPLL.Pdf.
2. Computational Methods in O.R. Using LINDO and LINGO – A.Barry ‹Professor of statistics & O.R./M.S