



اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي في ضوء بعض المتغيرات

*د. ماهر نظمي قرواني
قسم الرياضيات، جامعة القدس المفتوحة.

الملخص:

هدفت هذه الدراسة إلى استكشاف وتحليل اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي في ضوء بعض المتغيرات، كما وهدفت إلى معرفة أثر متغيرات الدراسة على اتجاهات الطلبة، وقد استخدم الباحث الاستبانة أداة للدراسة حيث تكونت من (33) فقرة وبعد أن تم إعدادها وتدقيقها والتأكد من صدقها تم توزيعها على عينة مكونة من (125) طالباً وطالبة من تخصص الرياضيات في الفصل الأول لعام 2010/2011 في جامعة القدس المفتوحة وجامعة النجاح الوطنية وجامعة بيرزيت. وقد أظهرت نتائج الدراسة أن اتجاهات الطلبة نحو البرهان الرياضي كانت قوية؛ إذ بلغت نسبة الاستجابة الكلية على جميع الفقرات 78% تقريباً، كما أن الدراسة أظهرت أنه يوجد فروق في اتجاهات طلبة الرياضيات نحو البرهان الرياضي تعزى لمتغير الجامعة لصالح جامعة القدس المفتوحة عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$)، بينما متغيرات الجنس والمستوى الدراسي والمعدل التراكمي كانت حيادية، وبناءً على نتائج الدراسة فقد قدم الباحث التوصيات الملائمة.

Abstract :

This study aimed at investigating and analyzing the attitudes of mathematics students at Alquds Open University, An-Najah National University and Beirzeit University towards the mathematical proof in the light of some variables. The study, also, aimed to know whether the study variables have an effect upon the attitudes of students towards the mathematical proof. The Attitude Scale consisted of (33) items, and after making sure that it was reliable and valid, it was distributed to a sample of (125) male and female students who were studying at mathematics departments at Palestinian universities in the fall semester 2010/2011. The results revealed that the students

نؤكد وجود أعداد أولية كبيرة جداً، ولكن لا نستطيع قول أي شيء عن وجود أعداد أولية تفوق قيمتها قدرة أجهزة الحاسوب الحالية. والسبب الوحيد الذي يجعلنا متأكدين 100% أن نظرية الأعداد الأولية صحيحة هو البرهان الذي قدمه إقليدس قبل 2300 عام. ولكن أهمية البرهان الرياضي لا تكمن فقط في كونه الوسيلة الوحيدة للاقتناع بصحة عبارة رياضية معينة، بل في وظائفه المتعددة، فقد أشارت الباحثة هيمي في دراستها (Hemmi 2010) إلى أن كثيراً من الباحثين استطاعوا أن يتحققوا من أهمية البرهان الرياضي في تعليم الرياضيات ووظائفه، وأهمها:

- 1) الاقتناع (2) التفسير (3) تنظيم النتائج (4)
- التواصل (5) التحدي الفكري أو الذهني (6) حل المسائل المختلفة.

ممن جهته يرى زاخري في دراسته (Zach -) (rie.2009) أن هناك أهدافاً أخرى للبرهان غير الاقتناع وهي: الشرح والتواصل وتقوية الحدس واكتشاف نتائج جديدة وقيام الطلبة بالبرهنة الذاتية للنظريات. وبالرغم من أهمية البرهان ودوره في تعليم الرياضيات إلا أن الباحث يعتقد أن الطلبة يكرهون البرهان الرياضي فقد تكونت لديهم نظرة سلبية اتجاه الرياضيات أو اتجاه البرهان الرياضي وحده، فكثيراً ما نسمع الطلبة يقولون إنهم يحبون الرياضيات ولكن يكرهون البرهان الرياضي. ويؤكد زاخري أن اتجاهات الطلبة السلبية نحو البرهان الرياضي هي مُحصلة ممارسات تعليمية خاطئة، واختيار المسائل لبرهنتها وعدم قدرة المعلم على تبسيط مفاهيم صعبة. ويذكر الباحث أن بعض المعلمين يعتقدون أن الطلبة يعرفون مسبقاً النظريات التي ستستخدم في إثبات المسألة، فبدلاً من أن يفسروا انتقاليهم مثلاً من الخطوة A إلى الخطوة B يستخدمون عبارات مثل: بناءً على، أو

responded highly positively to the Attitude Scale; The total response rate was 78%. The study showed that there were statistical differences in the attitudes of students due to the university variable for the benefit of Alquds Open University, while there were no statistically differences in the attitudes of students due to the gender, the student level and accumulated average variables at ($\alpha=0.05$).

Based on the results of the study the researcher suggested some appropriate recommendations.

المقدمة:

يَعْتَبَرُ كثيرٌ من علماء الرياضيات ومعلميها أن الاستدلال والبرهان الرياضي قلب الرياضيات النابض؛ فالبرهان الرياضي يوفر معايير مشتركة لقبول المعرفة الرياضية الجديدة وربطها بالنظريات السابقة مما يحافظ على حيوية علم الرياضيات (Senk, 2008). كما أن البرهان يُسهل عملية التواصل بين الأجيال؛ إذ إن الطريقة الاستنتاجية البديهية تُقدّم للأجيال الجديدة فرصة لإعادة صياغة الحقائق الرياضية السابقة وتطويرها. ففكرة البرهان الرياضي جعلت الرياضيات علماً مستقراً نسبياً تتناقلها الأمم من جيل إلى جيل (Hemmi K., 2010). إن البرهان الرياضي هو الوسيلة الوحيدة التي يستطيع المرء من خلالها أن يقتنع يقينياً بصدق نظرية ما، ولناخذ على ذلك مثالا قدمه إقليدس وهو " أن مجموعة الأعداد الأولية لانتهائية ". فبالرغم من التطور الهائل الذي حدث في القرن الحالي في مجال الحاسوب وتوفر الحواسيب العملاقة إلا أننا نستطيع فقط أن

باستخدامها لحلّ المسألة دون أن يمسح البرهان الخاطيء. إذا اقتنع الطلبة واستوعبوا البرهان يقوم المحاضر بتوضيح سبب خطأ البرهان الأول. أما إذا لم يستطع الطلبة استيعاب خطأ البرهان المقدم منهم يقوم المحاضر باقتراح نظرية لاستخدامها في الحلّ واقتراح آخر شبيهه بالاقتراح الصحيح ويطلب منهم القيام بذلك في البيت. وفي اليوم التالي يطلب من الطلبة كتابة البرهان بأنفسهم على اللوح وبمساعدة بسيطة منه إن تطلب ذلك، ولا يجوز أن يترك المسألة دون إثبات. ويخلص زاخري إلى أن الطريقتين متشابهتان في كون الطلبة في كلتي الحالتين هم الذين يبذلون الجهد في حلّ المسائل، ولكن الفرق بينهما أن المحاضر في الطريقة الأولى قد يتجاوز عن البرهان، أما في الثانية فلا يسمح المحاضر بالمرور عن فرضية برير مبرهنة. ويؤكد فارغيس في دراسته (Va - ghase, 2009) أن الإصلاحات الحالية في تعليم الرياضيات زادت من التأكيد على أهمية البرهان والتفكير في مناهج الرياضيات. ويذكر الباحث إن المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) في الولايات المتحدة الأمريكية أبرز أهمية الدور الذي تلعبه معرفة المعلمين واعتقاداتهم في استيعاب الطلبة للرياضيات، وثقتهم بتعليم الرياضيات، وتحسين قدرتهم على استخدام الرياضيات في حلّ المشاكل الأساسية.

وتذكر ماريوتي (Marriotti, 2006) أيضاً أن المجلس الأمريكي لمعلمي الرياضيات أكد على أن الاستدلال والبرهان الرياضي لئسا نشاطين خاصين يُحافظُ عليهما في أوقات خاصة أو في مواضيع معينة في المنهاج، ولكن يجب أن يكونا نهجاً وجزءاً طبيعياً من النقاشات الصفية بغض النظر عن موضوع الدرس.

وفي دراسة (Hanna, 2000) هدف حنّا إلى الكشف عن دور البرهان في تعليم الرياضيات وأهميته

من الواضح أو باستخدام التعريف أو غيرها، مما يربك الطالب. وقد قدّم الباحث في دراسته طريقتين لتعليم البرهان الرياضي وهما:

1) طريقة مور المعدلة (Modified Moore Method)

وهي نموذج تعليمي يستند إلى تقنيات تربوية مقدّمة من الرياضي "روبرت لي مور". يرى مور وأنصار طريقته أن الطلبة لن يستطيعوا تعلم الكثير عن الرياضيات المتقدمة إذا كان اعتمادهم على المحاضر فقط بل يمكنهم تعلم الكثير إن اعتمدوا على أنفسهم في التحقق من البرهان والتدرب على أدائه. ويمكننا توضيح هذه الطريقة باختصار: يقوم المحاضر بشرح مفاهيم رياضية معينة وأمثلة توضح هذه المفاهيم، وبعد ذلك يطلب من الطلبة إثبات بعض الفرضيات (propositions) المتعلقة بتلك المفاهيم. ثم يقوم أحد الطلبة بكتابة برهان أحد الفرضيات على اللوح، فإذا اقتنع المحاضر والطلبة الآخرون بالبرهان ينتقلون إلى مناقشة فرضية أخرى، أما إن لم يستطع جميع الطلبة إثبات فرضية معينة فإن المحاضر يقدّم لهم عوناً ولكن بالحدّ الأدنى، أو يؤجله ليوم آخر أو يتركه بدون برهان.

2) طريقة زاخري (Zacharie. M).

وفي هذه الطريقة يطلب المحاضر إثبات أو حلّ مسألة ما على اللوح ويطلب منهم أن يقترحوا نظرية أو صيغة رياضية معينة لحلّ المسألة وكيفية أداء ذلك، ثم يقوم المحاضر بحلّ المسألة بناءً على النظرية التي اقترحها الطلبة دون أن يعلّق على صحتها أو عدمها، وبعد الانتهاء من كتابة البرهان يتوجه المحاضر إلى الطلبة بالسؤال لإبداء آرائهم حول البرهان. أثناء إبداء الطلبة آراءً كثيرة حول البرهان يقوم المحاضر بكتابة اقتراحين أحدهما صحيح وآخر شبيهه بذلك المقترح من قبل الطلبة إن أمكن ذلك، وبعدها يطلب من الطلبة اختيار النظرية الصحيحة، ثم يقوم المحاضر

(5) لا يعرف الطلبة طرق البرهان الرياضي جيداً، ولا يستطيعون استخدام آلياته بشكل صحيح.
 (6) يجدُ الطلبة صعوبة في استخدام اللغة الرياضية وكتابة البرهان الرياضي.
 (7) يفتقر الطلبة للقدرّة على ربط خطوات البرهان ببعضها منطقياً وصولاً لهيكلة البرهان الكلي النظرية.

ويرى الباحث لي (Lee, 2010)، أن كتابة البرهان الرياضي تختلف كثيراً عن الأنواع الأخرى للكتابة، وقد قدم (لي) في دراسته إرشادات وقواعد لكيفية كتابة البرهان الرياضي من وجهة نظره، وأهمها :
 (1) كتابة الصيغ الرياضية في وسط السطر بوضوح.
 (2) كتابة البرهان الرياضي بلغة واضحة على شكل فقرات.

(3) استخدام الكلمات المناسبة لتوضيح الخطوات المنطقية وعدم الإفراط في استخدام الاختصارات.
 (4) يجب أن يشير المحاضر إلى بداية البرهان ونهايته ويرى الباحث حنّاً أنه على الرغم من أن الطلبة يواجهون صعوبات جمّة في تعلم البرهان إلا أننا لا نستطيع القول بأن الطلبة قد تعلموا الرياضيات أو شيئاً عن الرياضيات ما لم يتعلموا البرهان الرياضي (Hanna, 2000). وعلى الرغم من أنه لا يوجد إجماع من قِبَل الباحثين على وجود علاقة بين اتجاهات الطلبة وبين تحصيلهم في الرياضيات، إلا أن تعزيز الاتجاهات الإيجابية لدى الطلبة نحو الرياضيات ما زال يعتبر مؤثراً حاسماً على تطوير قدرات الطلبة الرياضية (Lianghue and eta, 2005).

وقد شغل استكشاف العلاقة بين اتجاهات الطلبة نحو البرهان الرياضي وبين تعزيز قدراتهم وزيادة تحصيلهم الدراسي، حيزاً مهماً في الأبحاث التربوية المتعلقة بأساليب تدريس الرياضيات. وفي ضوء ما سبق جاءت هذه الدراسة لمحاولة

في المنهاج. كما أنه ناقش ثلاث وظائف للبرامج الهندسية - الاستدلال والاكتشاف والتصور - كوسيلة قيّمة في تدريس البرهان، ويشير الباحث إلى أنّ توفّر إمكانية استخدام برامج الرسم الحيوية تعطي زخماً لاستكشاف الرياضيات وتسهم في جذب الطلبة نحو تعلم الهندسة. ويؤكد الباحث أن العديد من الرياضيين عاكفون على استكشاف "استخدام التفسير المرئي" وإسهاماته في شرح البرهان الرياضي، مثل الدراسات التي تجري في مختبرات الاستدلال المرئي في جامعة إنديانا وفي مركز الدراسات الرياضية في جامعة بريتيش كولومبيا. ففي معظم هذه المعاهد، وأقسام الفلسفة والرياضيات وعلوم الحاسوب والعلوم المعرفية تتضافر الجهود لإجراء البحوث المكرّسة لتطوير الوسائل الحسابية والمرئية لتسهيل التفكير ومساعدة الطلبة في فهم البرهان. ومع ذلك فإن هؤلاء الباحثين يدركون أن التفسير المرئي في تعلم الرياضيات قد يقود إلى أخطاء، وإن كل معلم رياضيات يعلم أن التفسير الهندسي والمرئي يُعتَبَر جزءاً مهماً في تدريس الرياضيات، ولكنه لا يعتبر بديلاً عن البرهان التقليدي. وقد بيّنت دراسات كثيرة أن طلبة المدارس الثانوية والجامعات والمعلمين (قبل الخدمة) يواجهون صعوبات حقيقية في أداء البرهان (Senk & et al., 2008). أما ملتم (Meltem, 2010) فقد لخص الصعوبات الرئيسية التي يواجهها الطلاب في فهم البرهان الرياضي كما يلي:

(1) الميل نحو البرهان وعدم إدراك الطلبة لمعنى البرهان وأهميته.
 (2) عدم قدرة الطلبة على البدء بالبرهان.
 (3) لا يمتلك الطلبة المعرفة الكافية للمفاهيم والنظريات الرياضية.
 (4) لا يستخدم الطلبة القواعد المنطقية استخداماً جيداً.

التعرف على اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي في ضوء بعض المتغيرات.

مشكلة الدراسة

يشير كثير من الباحثين في دراساتهم من مختلف دول العالم، (Senk et al., 2008; Ko & shy, 2008; Selden et al Pfeiffer, 2010; 2008;) إلى أن البرهان الرياضي يشكل عائقاً كبيراً أمام الطلبة، فهم يواجهون صعوبات حقيقية في هيكلة البرهان الرياضي وأدائه وكتابته. وكذلك فقد كشف مور في دراسة (Moore, 1994) أجراها في الولايات المتحدة عن مصادر الصعوبات التي تواجه الطلبة في تعلم البرهان وهي: استيعاب المفاهيم والتعريفات الرياضية، والقدرة على استخدام اللغة الرمزية، والبدء بالبرهان. ولذا فقد أولى الباحثون الرياضيون البرهان الرياضي اهتماماً كبيراً في بحوثهم، للتعرف على الصعوبات التي تواجه الطلبة في تعلم البرهان الرياضي، واستكشاف اتجاهاتهم نحو البرهان الرياضي، ولتعزيز الاتجاهات الإيجابية لدى الطلبة نحو تعلمه، لما قد يحسن من فهم الطالب وأدائه للبرهان الرياضي، ويحدث تأثيراً حاسماً في تطوير قدراته الرياضية ومهاراته، للتغلب على الصعوبات والمشاكل التي تواجههم في تعلم البرهان الرياضي، وكذلك لمساعدة أولئك الذين تكوّنت لديهم اتجاهات سلبية نحوه، فهم عادةً يحاولون أن يعزوا الصعوبات والمشاكل التي تواجههم في تعلم البرهان الرياضي إلى أنه غير مفيد في الحياة، فيؤدي ذلك إلى مزيد من الإحباط والفشل.

ومن خلال خبرة الباحث التي تقارب عقدين من الزمان في تدريس الرياضيات في الجامعات الفلسطينية المنتظمة والمفتوحة، فقد لاحظ أن الكثير من طلبة تخصص الرياضيات يجدون صعوبة في كتابة البرهان، وأن بعضهم لا يستطيع البدء

بالبرهان والبعض الآخر لا يستطيع أن يكمله، مما كوّن لدى الباحث تصوراً بأن هؤلاء الطلبة لا يفضلون المسائل النظرية التي تحتاج إلى إثبات، لأسباب يحتاج المرء لاستكشافها، ولهذا ولكي لا يبقى توصيف المشكلة قائماً على الحدس والتخمين، ولتشخيص الواقع علمياً وكمياً، قرر الباحث إجراء هذه الدراسة للتعرف على اتجاهات طلبة الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي.

ومن هنا فإنه يمكن صياغة مشكلة البحث بالأسئلة التالية:

1. ما اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي؟
2. هل تختلف اتجاهات أفراد عينة الدراسة من الطلبة نحو البرهان الرياضي باختلاف متغيرات الدراسة (الجنس والجامعة والمستوى الدراسي والمعدل التراكمي)؟

أهداف الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى معرفة اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية (جامعة القدس المفتوحة وجامعة النجاح الوطنية وجامعة بيرزيت) نحو البرهان الرياضي في ضوء متغيرات الدراسة: الجنس والجامعة والمستوى الدراسي والمعدل التراكمي.

أهمية الدراسة

إن أهمية هذا البحث تكمن في الأمور التالية:

1. يعتقد الباحث (في حدود علمه) أن هذه قد تكون الدراسة الأولى التي تتناول اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات نحو البرهان الرياضي على المستوى العربي، وكذلك لأول مرة من خلال هذه الدراسة تتم مقارنة اتجاهات الطلبة في التعليم المفتوح مع اتجاهات الطلبة في التعليم المنتظم نحو البرهان الرياضي.

4- لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى لمتغير التراكمي.

مصطلحات الدراسة

1. البرهان الرياضي (Mathematical proof): هو "عبارة عن معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في متتالية من العبارات تُستنبط كلٌّ منها من سابقتها استناداً إلى شواهد معترفٍ بصحتها (مثل المسلمات والنظريات والمعطيات) واستنباطاً بأساليب يقرها المنطق" (عبيد وآخران، 2000، ص129)، أو هو طريقة للإقناع تبين صحة وصدق نظرية مُعيّنة باستخدام متتالية من الخطوات المنظمة والمتسلسلة والتي تستند إلى التعريفات والعبارات السابقة (Zacharie, 2009).

2. الاتجاه نحو البرهان الرياضي (Attitude towards the Mathematical proof) يعرف نيتكو (Nitko, 2001) الاتجاه بأنه "شعور إيجابي أو سلبي نحو موضوع أو شخص أو وضع أو فكر معين". ويؤكد دوران (Doran, 1980) وجود اتجاهات فكرية وأخرى عاطفية تتحكم في الاتجاه العلمي لدى الطالب، فالفكرية منها تركز على المعرفة بموضوع الاتجاه أما العاطفية فتتعلق بردّ فعل عاطفي أو شعوري تجاه الموضوع. وإجراءياً: يُعرّف على أنه درجة استجابات القبول أو الرفض لدى الطلاب لفقرات مقياس الاتجاه نحو البرهان الرياضي.

الدراسات السابقة

أطلع الباحث على كثير من الدراسات العالمية المتعلقة بموضوع هذه الدراسة وقد أورد الباحث أهمها:

2. إن أهمية هذه الدراسة تنبع من أهمية الهدف الأساسي للتعليم الحديث وهو تكوين شخصية فكرية متطورة لدى الطالب؛ إذ إن البرهان الرياضي يلعب دوراً كبيراً في بناء شخصية الطالب الفكرية ورفع مستواه ومؤهلاته باعتباره معلّم المستقبل. فتعلّم البرهان الرياضي وإتقانه يتطلب امتلاك قواعد المنطق الرياضي وأسس التفكير الاستنتاجي، مما يُكوّن لدى الطالب قدرات وإمكانات فكرية تساعده على مواجهة المشاكل وإيجاد حلول خلاقة.

حدود الدراسة

1. الحدّ المكاني: أجريت هذه الدراسة في جامعة القدس المفتوحة /منطقة نابلس التعليمية وجامعة النجاح الوطنية وجامعة بيرزيت.
2. الحدّ الزمني: أجريت هذه الدراسة في الفصل الأول للعام الدراسي 2010-2011.
3. الحدّ البشري: أجريت هذه الدراسة على فئة الطلاب والطالبات في تخصص الرياضيات .

فرضيات الدراسة

تسعى هذه الدراسة إلى فحص الفرضيات الصفرية التالية:

1. لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى لمتغير الجنس.
2. لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى لمتغير الجامعة .
3. لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى لمتغير المستوى الدراسي.

أ) الدراسات العربية

القدرة على أداء البرهان الرياضي لدى هؤلاء الطلبة (5.5) بينما بلغ متوسط الأداء المقبول تربوياً والمتوقع من قبل الطلبة (9.6). وقد أرجعت الباحثة ذلك إلى أن البرهان الرياضي يعتمد على مستويات مرتفعة من التفكير قد لا تتوفر لدى الكثيرين من الطلبة، وإلى عدم تمكن المعلمين أنفسهم من إتقان مهارات البرهان الرياضي وهذا ما أكدته دراسة علي (1991)، وقد يعود ذلك أيضاً إلى أن الطلبة لم يعتادوا على أسلوب النقاش الاستدلالي وتحفيز التفكير الرياضي لدى الطلبة.

ب) الدراسات الأجنبية

هدف إمامغلو وتوغرول (Imamoglu & Togrol، 2010) من إجراء دراستهما إلى استكشاف آراء الطلبة الجدد والقادمي حول تصوراتهم عن طبيعة دور البرهان الرياضي في تعلم الرياضيات في المدرسة التركية، والتعرف على أنماط التفكير التي تتكون لديهم أثناء برهنة النظريات الرياضية. وللوصول إلى ذلك قام الباحثان بإجراء الدراسة على عينة من الطلبة الجدد بلغت 40 طالباً، و 19 طالباً من الطلبة القدامى، وقد تكونت أداة الدراسة من قسمين: القسم الأول تكوّن من أسئلة تحتاج إلى إثبات والقسم الثاني تكوّن من 16 فقرة وسؤال مفتوح تتعلق بمعتقدات الطلبة وآرائهم حول البرهان الرياضي. فقد كشفت النتائج عن أن هناك أربعة عوامل تؤثر في اتجاهات الطلبة نحو البرهان الرياضي، هي: الخلفية السابقة، وأهمية البرهان في دروس الرياضيات، واعتقادات الطلبة وخبراتهم، والفروق بين الدروس المدرسية والمحاضرات الجامعية. فأظهرت الدراسة أن المتوسط الحسابي للخلفية السابقة 2.73 من (5) مما يعني أن الطلبة لم يتعلموا البرهان تعليماً كافياً. أما بالنسبة للعوامل الأخرى فقد كشفت الدراسة أن المتوسطات الحسابية كانت أعلى من 3.00. وقد خلص الباحث

هدفت الدراسة (المقاطي، 2008) إلى التعرف على مهارات التفكير الرياضي اللازمة لطالبات الصف الأول متوسط من وجهة نظر معلمات الرياضيات وتحديد درجة أهميتها. وقد اتبعت الدراسة المنهج الوصفي المسحي وتكونت عينتها من (200) معلمة من معلمات الرياضيات بالمرحلة المتوسطة بمدينة مكة المكرمة، واستخدمت الاستبانة أداة لجمع البيانات اللازمة للإجابة عن أسئلة الدراسة. فقد كشفت نتائج الدراسة أن معلمات الرياضيات قد أبدَيْن درجة استجابة عالية للمجال المتعلق بأهمية مهارات البرهان الرياضي إذ بلغ المتوسط 2.46 من (3) وهذا يدل على أهمية إتقان مهارات البرهان الرياضي بالنسبة للمعلمات، وقد عزت الباحثة ذلك إلى أن البرهان الرياضي يعتبر القالب الذي ينصهر فيه معظم أساليب التفكير الرياضي مثل التحليل والتركيب والاستنباط والاستقراء وغيرها.

أما الدراسة (الراسبي، 2004) فقد هدفت إلى استكشاف قدرات طلبة الصف التاسع في إحدى المدارس الحكومية في مسقط على أداء البرهان الرياضي وعلاقة ذلك بتفكيرهم المنطقي. وقد أجرت الباحثة دراستها على عينة تكوّنت من (321) طالباً وطالبة، منهم (162) طالباً و (159) طالبة، موزعين على (6) مدارس اختيرت هذه المدارس بطريقة عشوائية من بين المدارس الحكومية التابعة للمديرية العامة للتربية والتعليم بمسقط، وهذه المدارس موزعة بالتساوي بين الجنسين، وقد استخدمت الباحثة في دراستها أداتين، هما: اختبار القدرة على البرهان الرياضي، واختبار التفكير المنطقي الرياضي. وقد أظهرت نتائج الدراسة أن متوسط القدرة على البرهنة الرياضية لدى الطلبة أقل من المستوى المقبول تربوياً، فقد بلغ متوسط

الرياضي، ولمعالجة هذه القضية قام الباحث زاخري بتطبيق طريقة مور (Modified Moore Method) المعدلة و طريقته المسماة بطريقة (Z. Mbaitiga Method) على طلاب السنة الرابعة في كلية أوكيناوا الوطنية التكنولوجية في اليابان. وللقيام بذلك قدم للطلبة برهان مسألة تتعلق بتكامل ثلاثي مثبتة بطريقتين :

في الحالة الأولى افترض الباحث أن الطلبة قد تعلموا أو فهموا جيداً كيفية حساب التكامل الثلاثي باستخدام الإحداثيات الكروية، كما افترض أنه لا يوجد أمامهم أية صعوبات متعلقة بالمتطابقات المثلثية.

أما في الحالة الثانية فافتراض الباحث أن الطلبة قد تعلموا الإحداثيات الكروية ولكن لم يفهموا كيفية استخدامها في حساب التكامل الثلاثي، ولديهم صعوبات في المتطابقات المثلثية أيضاً، كما أنه افترض أن لدى الطلبة خبرة محدودة بالبرهان الرياضي، ولهذا قدم للطلبة برهاناً مفصلاً. وكانت النتيجة أن 95% من الطلبة أشاروا إلى أنهم فضلوا طريقة البرهان الثانية، وكذلك كشفت الدراسة أن معظم الطلبة الذين شاركوا في الدراسة قد أبدوا كرههم للبرهان الرياضي لأسباب تتعلق بممارسات تعليمية معينة، وطبيعة المقرر وإلى عدم استطاعة المعلم شرح المفاهيم الصعبة. وخلص الباحث إلى أنه ينبغي على المدرسين أن يعلموا أن الطلبة يعتمدون عليهم، لذا يتوجب عليهم مساعدة الطلبة في إزالة الغموض الذي يكتنف البرهان الرياضي.

وهدف فارغيس في دراسته (Varghase.2009) للتعرف على كيفية فهم الطلبة لطبيعة دور البرهان الرياضي، ومدى قدرة الطلبة على إكمال البراهين الرياضية. وقد أجرى الباحث دراسته على 17 طالباً الذين كانوا في فصلهم الختامي لمرحلة البكالوريوس في جامعة البرتا في كندا. وقد اعتمد الباحث في

للقول بأن لدى الطلبة بشكل عام اتجاهات إيجابية نحو البرهان الرياضي، كما أنهم يعتقدون أن البرهان مهم جداً وخاصة في المرحلة الجامعية. أما بالنسبة لجمال الدراسة المتعلق بأنماط التفكير لدى الطلبة، فقد أظهرت نتائج الدراسة أن معظم الطلبة استخدموا التفكير الاستدلالي في البرهان، بينما الطلبة الجدد ما زالوا يلجؤون لاستخدام الأمثلة العددية دون الوصول إلى التعميم.

تؤكد الباحثة فيفر أن البرهان الرياضي يشكل عائقاً كبيراً أمام الطلبة في مرحلة الانتقال من المدرسة إلى الجامعة، ففي دراستها (Pfeiffer.2010) هدفت الباحثة لاستكشاف مدى تعلم الطلبة للمعايير التي يستخدمونها عند قيامهم بالتحقق من صحة البرهان، وقد استهدفت الباحثة طلبة السنة الأولى في تخصص الرياضيات في جامعة غالوي في أيرلندا، واستخدمت في دراستها عدة اختبارات ومقابلات مع الطلبة، فقدّمت الباحثة لجميع طلبة الدراسة مجموعة من البراهين المقترحة لعدة عبارات رياضية، وطلبت منهم أن يكتشفوا الأخطاء في البرهان ويصححوها. وقد أظهرت نتائج الدراسة من جهة أن لدى الطلبة تصوراً غامضاً عن البرهان الرياضي الصحيح، فقد بدت بالنسبة لهم هيكليّة البرهان أهم من الفكرة نفسها، ومن جهة أخرى اكتشفت الباحثة أن التأمل خلال عملية البرهان يعزز عملية تعلم البرهان الرياضي. كما أظهرت النتائج أن ممارسة التحقق من البرهان الرياضي تسهم ليس فقط في تحسين مهارات التحقق من صحة البرهان لدى الطلبة، ولكن تقودهم إلى فهم أفضل للمحتوى الرياضي وإلى زيادة الاهتمام بالتفكير الاستدلالي.

وهدفت دراسة زاخري (Zacharie.2009) إلى توضيح فكرة البرهان الرياضي ومعرفة أسباب كره الطلبة للبرهان، كما أن الدراسة هدفت أيضاً إلى مساعدة المعلمين في بيان كيفية تعليم البرهان

اهتمام المشرفين التربويين ومحاضري الرياضيات بالتعريفات والمفاهيم الرياضية والتركيز على كتابة البرهان الرياضي الشكلي (أو الرمزي) ومساعدة الطلبة للقيام بذلك أيضاً. ويشير الباحثان إلى أن نتائج دراستهما تتوافق مع الدراسات السابقة التي أُجريت في الولايات المتحدة مثل (Moore, 1994) من حيث الصعوبات التي يواجهها الطلاب الأمريكيون والتايوانيون في أداء البرهان الرياضي. أما دراسة رودريغوز (Rodrigues, 2008) فقد هدفت إلى الإسهام في معرفة كيفية تطوير أساليب التفكير لدى الطلبة وقدرتهم على بناء البرهان الرياضي في المرحلة المدرسية، كما هدفت إلى تحليل طبيعة البرهان ودوره في غرفة الصف، وإلى معرفة طبيعة العلاقة بين البرهان الرياضي والتفاعل الاجتماعي. وقد استهدفت الدراسة طلبة صَفَيْن من صفوف التاسع على مدى عامين عند المعلم نفسه في إحدى المدارس الحكومية في البرتغال، واستخدم خمس وسائل لجمع وتحليل البيانات وهي:

- 1) تسجيل نشاطات الطلبة الصفية بالفيديو
- 2) تسجيل صوتي لحوارات مع الطلبة
- 3) ملاحظات الباحث
- 4) تسجيل مقابلات شبه منظمة مع الطلبة والمعلم
- 5) تحليل وثائقي لنشاطات الطلبة والمعلم، وللتسجيلات المرئية والصوتية.

وقد كشفت نتائج الدراسة عن أن أربعة من طلبة الصف التاسع استطاعوا أن يكتشفوا طريقة لإيجاد محاور التماثل للأشكال الهندسية المختلفة. وكذلك أظهرت نتائج الدراسة أن هناك اتجاهات تفضيلية لدى الطلبة لاستخدام طريقة البرهان الإنشائي بدلاً من البرهان الجبري.

وهدف سِلْدن وزملاؤه من إجراء الدراسة (Selden et al, 2008). لتحسين قدرات طلبة البكالوريوس والدراسات العليا على بناء البرهان الرياضي، كما

درسته على ثلاثة عوامل: مفهوم البرهان، وأساليب تدريس البرهان الرياضي وتوضيح أهمية وفوائد البرهان الرياضي داخل الصف المدرسي، واستخدام الاستبانة كأداة للدراسة. وأظهرت نتائج الدراسة أن المفاهيم حول البرهان الرياضي لدى الطلبة كانت محدودة، فقد بينت النتائج أن الطلبة ما زالوا يفهمون طبيعة ووظيفة البرهان الرياضي بالمعنى التقليدي، إذ إن معظم الطلبة الذين شاركوا في الدراسة اعتبروا أن البرهان وسيلة للتحقق، وشخص واحد فقط اعتبر البرهان أداة للتفسير. كما أظهرت الدراسة أن الطلبة قد أبدوا اتجاهات سلبية نحو البرهان الرياضي فمثلاً كتب أحدهم أن البرهان الرياضي معقد جداً وغالباً ما يكون محبطاً ومربكاً للطلبة.

وفي دراسة كو و شاي (Ko & shy, 2008) هدَفَ الباحثان للتعرف على قدرات الطلبة التايوانيين على البرهنة الرياضية وتكوين أمثلة مضادة في موضوع الاشتقاق. فقد استهدفت الدراسة ستة وثلاثين طالباً تايوانياً من جامعة تشانغهاو في مقرر التفاضل المتقدم، وقد استخدم الباحث في الدراسة خمس فرضيات، فكان يجب على الطلبة برهنة تلك الفرضيات التي يعتقدون أنها صائبة، وإعطاء أمثلة مضادة على العبارات الخاطئة. فقد أظهرت النتائج أن جميع الطلبة لم يستخدموا البرهان الرمزي، ولم يستطيعوا إتمام البرهان إلى النهاية. وكذلك بينت نتائج الدراسة أن واحداً وعشرين طالباً أعطوا مثلاً مضاداً ليثبتوا خطأ إحدى العبارات، بينما خمسة طلاب فقط أعطوا مثلاً مضاداً للإثبات خطأ عبارة أخرى، وكشفت الدراسة أن 86% من الطلبة اعتقدوا بصحة إحدى العبارات الخاطئة وحاولوا إثباتها. وبشكل عام تبين من نتائج الدراسة أن الطلبة يواجهون صعوبات حقيقية في أداء البرهان الرياضي، ولذلك أوصى الباحثان بضرورة زيادة

هدفت الدراسة إلى تصميم مقرر أو مساق لتسهيل تعلم البرهان الرياضي. وقد أُجريت الدراسة على طلبة الدراسات العليا في جامعة نيومكسيكو في الولايات المتحدة، وقد تكوّن البحث من وصف للتجربة المُصمّمة بما فيها المقرر، ومناقشة أنواع البرهان الرياضي ومناقشة الطلبة للتعرف على قدراتهم وانفعالاتهم والصعوبات التي يواجهونها في عملية البرهنة الرياضية. وقد استخدم الباحثون في هذه الدراسة طريقة "مور" المعدلة وقد أدخلوا عليها تطويراً بحيث لا يستخدم الطلبة الكتاب بل اعطوا ملخصات للمحاضرات، التي لم تحتو على براهين لنظريات رياضية بل فقط احتوت على تعريفات ونصوص للنظريات وتمارين تطلب من الطلبة إعطاء أمثلة، ولم يكن هنالك محاضرات بالمعنى الرسمي والتقليدي، إذ إن المشرفين لم يبرهنوا النظريات الرياضية في الصف، بل إن الطلبة هم الذين يثبتون النظريات في البيت ويقومون بعرضها في الصف. وقد غطى الباحثون في هذه التجربة البحثية الأفكار الرئيسية في المجموعات والاقترانات والتحليل الحقيقي وجبر المجموعات والتبولوجيا بحيث كان التركيز على إعطاء الطلبة فرصة تطبيق طرق البرهان الرياضي على المسائل المتنوعة أكثر منه على محتوى المقرر الدراسي. وقد كشفت نتائج الدراسة أن الطلبة الناجحين في "مقررات طريقة مور" كان لديهم فهم عميق للمحتوى الرياضي، وقد استطاعوا بدرجة ملحوظة أن يطوروا من قدراتهم على بناء البرهان الرياضي، ولكن بعضهم لم يجتازوا هذا المقرر بتاتا. وقد أشار الباحثون إلى أن الدراسة بدت مفيدة، إذ إنها كشفت عن الصعوبات التي يواجهها الطلبة في بناء البرهان الرياضي وقد كان هذا مؤشراً هاماً لتقييم فهمهم لمحتوى الكتاب المقرر مثل الجبر الحديث والتحليل الحقيقي.

وقامت شارون سنك وزملاؤها (Senk et

2008، al.) بإجراء دراسة لاستكشاف فرص تعلم الاستدلال والبرهان الرياضي في مقررات المدارس الثانوية في الولايات المتحدة. وقد أجرى الباحثون دراستهم على عشرين كتاباً تُستخدم لتعليم الرياضيات في كثير من المدارس في بلدان العالم. وقد كشفت الدراسة أن هناك صعوبات متعددة تواجه الطلبة في بناء وكتابة البرهان الرياضي، كما أن نتائج الدراسة أظهرت أنه كان لدى الطلبة التباس في فهم العلاقة بين الأمثلة وتفسير أو إثبات الحالات الخاصة وبين برهنة الحالات العامة؛ وقد يعزى هذا لتكرار التمارين الرياضية التي تتطلب من الطالب تفسير أو إثبات بعض الحالات الخاصة لخاصية معينة وليس لحالات عامة. ولذلك أوصى الباحثون المؤلفين والمعلمين بضرورة التركيز على هذه القضية، وزيادة المسائل المتنوعة بحيث تكون نسبة عالية منها تتطلب البرهان الاستدلالي. وأجرت نوردستورم دراسة (Nordstorm, 2003) للتعرف على خبرات الطلبة واتجاهاتهم نحو البرهان الرياضي، كما هدفت إلى استكشاف قدرات على أداء البرهان الرياضي. وقد أجرت الباحثة دراستها على 100 طالب من جامعة ستوكهولم في السويد في الفصل الأول من العام الدراسي 2003 / 2002، حيث قامت بتطوير استبانة من 28 فقرة وسؤالين مفتوحين، وثلاثة أسئلة متعددة الخيارات، وفرضيتين مطلوبتين برهنتهما. وقد أظهرت نتائج الدراسة أن ما يقارب 50% من الطلبة الذين اشتركوا في الدراسة أشاروا إلى أن معلمهم كانوا يبرهنون العبارات الرياضية، ولكن حوالي 30% منهم قالوا بأن لديهم الإمكانية لإثبات المسائل كتابياً وشفوياً، كما أظهرت النتائج أن اتجاهات الطلبة نحو البرهان الرياضي وتعلمه كانت إيجابية جداً، وكذلك كشفت الدراسة عن ارتباط مثير للاهتمام بين خبرات الطلبة وقدراتهم على البرهنة الرياضية، وأشارت الباحثة أنه في

وقامت شارون سنك وزملاؤها (Senk et

- 1) استيعاب المفاهيم الرياضية
- 2) استخدام اللغة الرياضية والرمزية
- 3) البدء بالبرهان.

وكذلك أظهرت نتائج الدراسة أن آراء الطلبة وتصوراتهم وأفكارهم السابقة عن الرياضيات والبرهان الرياضي قد أثرت على كتابتهم للبرهان الرياضي، إذ إن جميع الطلبة المستهدفين بالدراسة قد أشاروا إلى أنهم اضطروا إلى حفظ البراهين الرياضية لأنهم لم يفهموا حقيقة البرهان الرياضي وكيف يمكنهم كتابته.

التعقيب على الدراسات العربية والأجنبية

من خلال مطالعة الباحث للأدب التربوي في مجال هذه الدراسة ومن خلال الدراسات السابقة خاصة لاحظ وجود اختلاف في نتائجها؛ فأظهرت نتائج بعض الدراسات أنه يوجد لدى الطلبة بشكل عام اتجاهات إيجابية نحو البرهان الرياضي مثل دراسة إمامغلو و توغرو (2010)، ودراسة المقاطي (2008)، ودراسة نور دستورم (2003)، ودراسة رودريغوز (2008)، وكذلك أشارت نتائج بعض الدراسات الذين اجتازوا "مقرر التجربة البحثية" كان لديهم فهم عميق للمحتوى الرياضي، وقد استطاعوا بدرجة ملحوظة أن يطوروا من قدراتهم على بناء البرهان الرياضي، بينما معظم الدراسات أظهرت أن الطلبة يكرهون البرهان الرياضي ويواجهون صعوبات حقيقية في أداء البرهان الرياضية وكتابته مثل دراسة فيفر (2010)، ودراسة زاخري (2009)، ودراسة فارغيس (2009)، ودراسة كو و شاي (2008) وغيرها، وقد أرجع معظم الباحثين هذه الصعوبات إلى عدة عوامل منها:

- 1) عدم إدراك الطلبة لمعنى البرهان وأهميته .
- 2) لا يمتلك الطلبة المعرفة الكافية للمفاهيم والنظريات

بعض المجالات اختلفت دراستها عن دراسة الباحثة أليدا (Almeida.2000).

وهدف ريد من إجراء الدراسة (Reid.2002) للتعرف على آراء طلبة المدارس في صفوف المدارس الأساسية العليا في كندا حول معنى البرهان الرياضي ومقارنتها باستخدام المعلمين لوظائف البرهان الرياضي. وقد جمع الباحث بيانات دراسته من المقابلات مع الطلبة، والملاحظات المدونة أثناء وجوده في الصف، ومن الاستبانات التي تم توزيعها على طلبة المدارس وجمعها في عام 2000. وللقيام بهذه الدراسة استخدم الباحث خمسة أبعاد لمعنى البرهان الرياضي: الدوافع وطرق التفكير والهدف الاجتماعي والشكل والدور في المجتمع. وقد أظهرت الدراسة أن الطلبة قد أبدوا ثلاث دوافع لاستخدام البرهان الرياضي وهما التحقق، والتفسير لماذا؟ والتفسير كيف؟ ويذكر الباحث أن الطلبة ذكروا أن هناك طريقتين للتفكير هي الاستنتاج والاستقراء، أما بالنسبة للأهداف الاجتماعية فهي متعلقة بذات الطالب وبالآخرين. وكذلك بينت الدراسة أن الطلبة قد استخدموا لغة المنطق في البرهان، وأشار الباحث أن الطلبة ينظرون نظرة تقليدية للبرهان الرياضي وهي الوصول لليقين.

وقد استكشف مور في دراسته (Moore,1994) الصعوبات المعرفية للطلبة الجامعيين في تعلم أداء البرهان الرياضي الرمزي. واستهدف الباحث في دراسته طلبة البكالوريوس في تخصصي الرياضيات والرياضيات وأساليب تدريسها في جامعة جورجيا في الولايات المتحدة الأمريكية في عام 1989، وقد جمع بياناته من الملاحظات اليومية التي كان يدونها في الصف، ومن المقابلات مع المحاضر والطلبة، ومن الدورات التعليمية مع الطلبة. وقد كشفت نتائج الدراسة ثلاثة مصادر للصعوبات التي يواجهها الطلبة في تعلم البرهان وهي:

عينة الدراسة

تكونت عينة الدراسة من (125) طالباً وطالبة من طلبة جامعة القدس المفتوحة-منطقة نابلس التعليمية- وجامعة النجاح الوطنية وجامعة بيرزيت من تخصص الرياضيات في الفصل الأول للعام الدراسي 2010 / 2011، وقد اختيرت باستخدام الطريقة العشوائية، وبنسبة 15% من طبقات المجتمع بالنسبة لمتغير الجامعة . ويوضح الجدول (1) توزيع العينة حسب متغير الجنس.

الجدول (1): توزيع العينة حسب متغير الجنس

النسبة	العدد	الجنس
22.4%	28	ذكر
77.6%	97	أنثى
100%	125	المجموع

أما توزيع العينة حسب متغير الجامعة فبيّنه الجدول (2).

الجدول 2: توزيع العينة حسب الجامعة

النسبة	العدد	الجامعة
39.2%	49	القدس المفتوحة
49.6%	62	النجاح الوطنية
11.2	14	بيرزيت
100%	% 125	المجموع

أما توزيع العينة حسب متغير المستوى الدراسي فبيّنه الجدول (3).

الجدول (3): توزيع العينة حسب متغير المستوى الدراسي

النسبة	العدد	مستوى الدراسة
24.8%	31	السنة الثانية
47.2%	59	السنة الثالثة
28.0	35	السنة الرابعة
100%	%125	المجموع

أما توزيع العينة حسب متغير المعدل التراكمي فبيّنه الجدول (4).

الرياضية.

(3) لا يعرف الطلبة طرق البرهان الرياضي جيداً، ولا يستطيعون استخدام آلياته بشكل صحيح.

(4) عدم قدرة الطلبة على استخدام اللغة الرياضية الرمزية. إن الدراسة الحالية تشكل دعماً للدراسات السابقة في استكشاف اتجاهات الطلبة نحو البرهان الرياضي، وتبسيط الضوء على أهمية البرهان الرياضي، ولعل هذه الدراسة تضيف نتائج علمية وتسهم في بيان أهمية وظائف البرهان الرياضي وخاصة تلك التي تؤثر في بناء شخصية الطالب الفكرية باعتباره معلّم المستقبل ويعزز قدراته وامتلاكه لقواعد التفكير المنطقي التي تساعده على مواجهة التحديات المهنية والاجتماعية في حياته وغيرها. وإن يؤكد الباحث على أهمية البرهان الرياضي بالنسبة لطلاب الرياضيات، وضرورة التركيز على شرح مفهوم البرهان ووظائفه وطرقه إنه يتفق مع ما أشار إليه الباحث حنّا (Ha - 2000na) أننا لا نستطيع القول بأن الطلبة قد تعلموا الرياضيات أو شيئاً عن الرياضيات ما لم يتعلموا البرهان الرياضي؛ ولذلك ينبغي على التربويين والمحاضرين تعزيز الاتجاهات الإيجابية نحو البرهان الرياضي لدى الطلبة باستخدام أساليب ووسائل حديثة في تعليم الرياضيات.

الطريقة والإجراءات

منهج الدراسة

للإجابة عن أسئلة الدراسة واختبار فرضياتها، استخدم الباحث المنهج الوصفي التحليلي باعتباره المنهج المناسب للدراسات التي تهدف إلى وصف الظاهرة كما هي في الواقع ثم تحليلها وتفسيرها وربطها بالظواهر الأخرى .

مجتمع الدراسة

تكوّن مجتمع الدراسة من (832) طالباً من جامعة القدس المفتوحة /منطقة نابلس التعليمية وجامعة النجاح الوطنية وجامعة بيرزيت .

ثبات الأداة

بعد تطبيق أداة الدراسة على عينة استطلاعية قوامها (30) طالباً من الجامعات الفلسطينية من خارج عينة الدراسة وضمن مجتمع الدراسة، تم حساب معامل الثبات للأداة عن طريق استخدام معادلة (كرونباخ ألفا) للتساق الداخلي فقد بلغ معامل ثبات الأداة الكلي (0.86)، كما استخرج الباحث معامل الثبات عن طريقة التجزئة النصفية، وباستخدام معادلة سبيرمان براون حيث بلغت قيمة معامل الثبات للعينة البعدية (0.82) وهذه القيم مقبولة تربوياً ويمكن الاعتماد عليها في تطبيق أداة الدراسة..

إجراءات التطبيق وخطواته

قام الباحث بإجراء الدراسة وفق الإجراءات والخطوات التالية:

1. الاطلاع على الأدب التربوي والدراسات السابقة والاطلاع على المراجع المتعلقة بموضوع الدراسة المطبوعة والإلكترونية.
2. بناء وتصميم أداة الدراسة من قِبَل الباحث، وصياغة فقراتها.
3. التأكد من صدق أداة الدراسة من خلال عرضها على المحكمين المتخصصين حيث تم تدقيقها والتأكد من صحتها.
4. التأكد من ثبات المقياس باستخدام عينة استطلاعية من خارج عينة الدراسة ومن مجتمع الدراسة.
5. توزيع الأداة على عينة الدراسة، حيث كان عدد الاستبيانات التي وزعت (125) وأصبح العدد النهائي القابل للتليل (123) استبانة.
6. تحليل البيانات باستخدام الرزم البرمجية SPSS لإيجاد النتائج، وتفسيرها ثم وضع التوصيات الملائمة.

الجدول (4): توزيع العينة حسب متغير المعدل التراكمي

المعدل التراكمي	العدد	النسبة
60-69.99	29	23.2%
70-79.99	60	48.0%
أكثر من 80	34	27.2%
غير معروف	2	1.6%
المجموع	125	100%

أداة الدراسة

قام الباحث بإعداد أداة الدراسة (مقياس الاتجاه) وتطويرها بنفسه بعد الاطلاع على الأدب التربوي المتعلق بها والدراسات السابقة ذات العلاقة، وقد اعتمد الباحث على الاستبانة في جمع بيانات الدراسة الحالية، وبناءً على المعلومات التي توفرت لدى الباحث، وقد بلغ عدد الفقرات فيها (33) فقرة. وقد تم تدريج الاستبانة بشكل خماسي حسب نظام (ليكرت) الخماسي حيث وزعت الدرجات على الفقرات كالتالي:

- أوافق بشدة (5 درجات).
- أوافق (4 درجات).
- محايد (3 درجات).
- معارض (2 درجات).
- معارض بشدة (1 درجة).

صدق الأداة

تم عرض الأداة بعد بنائها من قبل الباحث على عدد من المتخصصين والمدققين، وقام الباحث بناءً على رأي المحكمين بالأخذ بالملاحظات والتعديلات لفقرات مقياس الاتجاه، سواء من حيث الصياغة اللغوية أو حذف بعض الفقرات أو تعديلها. واعتمد الباحث على رأي المحكمين وإجماعهم كمؤشر على صدق محتوى المقياس. وبعد الأخذ بملاحظات المحكمين وآرائهم، أصبح عدد فقراته (33) فقرة.

متغيرات الدراسة

× المتغيرات المستقلة وتشتمل على التالي:

1. متغير الجنس وله مستويان هما:

أ- ذكر ب- أنثى

2. متغير الجامعة وله ثلاثة مستويات:

أ- جامعة القدس المفتوحة

ب- جامعة النجاح الوطنية

ج- جامعة بيرزيت

3. متغير المستوى الدراسي وله ثلاثة مستويات

وهي:

أ) سنة ثانية

ب) سنة ثالثة

ج) سنة رابعة

4. متغير المعدل التراكمي وله أربعة مستويات وهي:

أ- أقل من 60 ب- من 60-69.99

ج- 70-79.99 د- 80 فأعلى.

× المتغير التابع وهو "اتجاهات طلبة الرياضيات

في جامعة القدس المفتوحة وجامعة النجاح الوطنية

وجامعة بيرزيت"، ويقاس بمجموع متوسطات

درجات مقياس الاتجاهات نحو البرهان الرياضي.

المعالجة الإحصائية

استخدم الباحث البرنامج الإحصائي للعلوم

الاجتماعية (SPSS) من أجل معالجة البيانات

إحصائياً، وذلك باستخدام المعالجات التالية:

1. المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية

والنسب المئوية لاستجابات أفراد عينة الدراسة على

الاستبانة ككل وعلى كل فقرة من فقراتها .

2. اختبار (ت) للمجموعتين المستقلتين (T-test

Independent).

3. اختبار تحليل التباين الأحادي (One Way

ANOVA).

4. اختبار شيفيه للمقارنات البعدية.

نتائج الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى "التعرف على اتجاهات طلبة

الرياضيات في جامعة القدس المفتوحة وجامعة

النجاح الوطنية وجامعة بيرزيت نحو البرهان

الرياضي في ضوء بعض المتغيرات". وبعد إجراء

عمليات التحليل الإحصائي اللازمة وتطبيق

إجراءات الدراسة على استبانة أعدها الباحث مكونة

من (33) فقرة، فقد تم الحصول على النتائج التالية:

النتائج المتعلقة بالسؤال الأول والرئيس

لِلدَّرَاسَةِ وَهُوَ

ما اتجاهات طلبة الرياضيات في جامعة القدس

المفتوحة وجامعة النجاح الوطنية وجامعة بيرزيت

نحو البرهان الرياضي؟

للإجابة عن السؤال استخدم الباحث المتوسطات

الحسابية لكل فقرة وعلى الدرجة الكلية للأداة عند

العينة والجدول (5) يبين ذلك.

ومن أجل تفسير النتائج اعتمد الباحث المعيار

التقويمي النسبي (Mckimmie, 2011) كما يلي:

-(80%) فأكثر درجة الموافقة كبيرة جداً.

-(من 79.99-70%) درجة الموافقة كبيرة.

-(من 69.99-60%) درجة الموافقة متوسطة.

-(من 59.99-50%) درجة الموافقة قليلة.

-(أقل من 50%) درجة الموافقة قليلة جداً.

الجدول (5): المتوسطات الحسابية والانحرافات

المعيارية ودرجة الموافقة لل فقرات والدرجة الكلية

لاتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية

نحو البرهان الرياضي في ضوء بعض المتغيرات.

الرقم	الفقرات	متوسط الاستجابة	الانحراف المعياري	نسبة الاستجابة	درجة الموافقة
1	أُؤيد شرح برهان النظريات الرياضية في المحاضرة	4.08	1.23	81.60%	كبيرة جداً
2	أُؤيد تفسير وتبسيط العبارات المركبة والصعبة في البرهان الرياضي	4.56	0.68	91.20%	كبيرة جداً
3	أُستمع بالبرهان الرياضي	2.85	1.25	57.00%	قليلة
4	أُؤيد كتابة البرهان الرياضي بخطوات متسلسلة واضحة	4.54	0.72	90.80%	كبيرة جداً
5	حضور محاضرات (لقاءات) المقررات الرياضية يسهل علي فهم البرهان الرياضي	4.37	0.82	87.40%	كبيرة جداً
6	انتباهي بشدة في محاضرات المقررات الرياضية يسهم في فهمي للبرهان الرياضي	4.23	0.88	84.60%	كبيرة جداً
7	أُؤيد توضيح النظريات والتعريفات والفرضيات التي يستند إليها البرهان	4.35	0.81	87.00%	كبيرة جداً
8	أُحيد أن أقتنع بضرورة وأهمية البرهان في الرياضيات	3.86	1.11	77.20%	كبيرة
9	أرى أنه يجب أن تُستخدم الأمثلة لتبسيط البرهان وتوضيحه	4.73	0.48	94.60%	كبيرة جداً
10	أعتقد أنه ينبغي أن تُعاد خطوات البرهان الصعبة أثناء الشرح أكثر من مرة	4.47	0.66	89.40%	كبيرة جداً
11	أشعر أنه يجب التركيز على البرهان الرياضي أكثر من الأمثلة في المحاضرة	2.83	1.25	56.60%	قليلة
12	أرى انه يجب أن تراعى الفروقات الفردية لدى الطلبة عند أداء البرهان الرياضي	4.31	0.9	86.20%	كبيرة جداً
13	أرى أنه يجب تشجيعي على دراسة البراهين الرياضية وإتقانها	3.88	1.02	77.60%	كبيرة
14	أرى أن تُستخدم في المحاضرة أساليب مناسبة ومتنوعة للقيام بالبرهان الرياضي	4.34	0.78	86.80%	كبيرة جداً
15	أرى أن البرهان الرياضي يزيد من تفاعلي مع المحاضر / المشرف الأكاديمي	3.12	1.18	62.40%	متوسطه
16	أشعر أن البرهان الرياضي يجعلني أتوصل إلى نتائج منطقية جديدة	3.77	1.1	75.40%	كبيرة
17	أعتقد أن البرهان الرياضي يساعدني على اكتساب المعرفة الرياضية وتطويرها	3.75	1.12	75.00%	كبيرة
18	أرى أنه يمكن استخدام البرهان لتنظيم وتجميع نتائج متعددة في نظرية واحدة	3.61	1.04	72.20%	كبيرة
19	أرى أن البرهان الرياضي ضروري لتفسير الحقائق والاستنتاجات الرياضية	3.85	1.05	77.00%	كبيرة
20	أرى أن طبيعة المقرر الرياضي (من حيث الصعوبة) تؤثر على استيعابي للبرهان	4.21	0.98	84.20%	كبيرة جداً
21	أرى أن طبيعة الأفكار السابقة عن الموضوع تؤثر على فهم البرهان الرياضي	4.26	0.76	85.20%	كبيرة جداً

كبيرة	72.40%	1.23	3.62	أشعر أن استخدام العبارات مثل: "بناءً على" أو "نحن نعلم" أو "من الواضح" يُربِّكُنِي	22
متوسطه	64.80%	1.29	3.24	أخاف أن أسأل عن خطوات غير مفهومة في البرهان الرياضي	23
متوسطه	69.20%	0.97	3.46	أشعر أن لدي مستوى كافياً من الذكاء الرياضي أو المنطقي لفهم البرهان الرياضي	24
قليلة	58.80%	1.06	2.94	أعتقد أن البرهان الرياضي صائب دائماً	25
كبيرة جداً	84.60%	0.83	4.23	أرى انه يجب عَلَيَّ أن أسأل المحاضر(المشرف الأكاديمي) أو الزملاء عن الخطوات غير المفهومة بالبرهان	26
كبيرة جداً	88.60%	0.71	4.43	أرى أنه يجب عَلَيَّ إعادة خطوات البرهان بنفسي	27
متوسطه	67.80%	1.07	3.39	أرى أنني قادرٌ على إعطاء أمثلة لاختبار النظرية	28
كبيرة	77.20%	0.95	3.86	أعتقد أن البرهان الرياضي يُحسِّن من مستوى ذكائِي المنطقي	29
كبيرة جداً	85.60%	0.8	4.28	عدم معرفتي بالتعريفات الرياضية يسهم في عدم فهمي للبرهان الرياضي	30
كبيرة جداً	85.40%	0.71	4.27	عدم معرفتي بطرق البرهان وقواعد التفكير المنطقي تسهم في عدم استيعابي للبرهان الرياضي	31
كبيرة	74.60%	1.03	3.73	الاختلاف بين لغة الحياة اليومية واللغة الرياضية يسهم في عدم تفضيلي للبرهان الرياضي	32
متوسطه	61.00%	1.13	3.05	أشعر بأنني لست واثقاً من قدرتي على أداء البرهان الرياضي	33
كبيرة	3.9107	78.21%	0.3909	الدرجة الكلية لجميع الفقرات	

× أقصى درجة للاستجابة (5) درجات.

(58.8%-56.6%)، وكان متوسط الاستجابة على المعدل العام كبيرة وبلغ 78.21%.

نتائج الفرضيات التي انبثقت عن السؤال

الثاني وهو

هل تختلف اتجاهات أفراد عينة الدراسة من الطلبة نحو البرهان الرياضي باختلاف متغيرات الدراسة (الجنس والجامعة والمستوى الدراسي والمعدل التراكمي)؟

نتائج الفرضية الأولى وهي

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى $\alpha = 0.05$ في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي

النتائج المتعلقة بالسؤال الأول

يظهر من الجدول السابق (5) أن الاستجابة كانت كبيرة جداً على الفقرات 7-5-7-10-4-2-9-1-20-26-6-21-31-30-12-14 فقد تراوح متوسط الاستجابة عليها من قبل العينة ما بين 81.6%-94.6%، وكانت كبيرة على الفقرات 13-18-22-32-17-16-19-29-8 وتراوح متوسط الاستجابة عليها من قبل العينة ما بين 72.2%-77.6%، وكانت الاستجابة متوسطة على الفقرات (33-15-23-28-24) وتراوح متوسط الاستجابة عليها من قبل العينة ما بين (69.2%-61%)، وكانت الاستجابة قليلة على الفقرات 11-3-25 وتراوح متوسط الاستجابة عليها من قبل العينة ما بين

دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$) في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي على الدرجة الكلية للدراسة تبعاً لمتغير الجنس

تعزى لمتغير الجنس. لفحص هذه الفرضية استخدم الباحث اختبار (ت) (T-test) لمجموعتين مستقلتين لدلالة الفروق على الدرجة الكلية لأداة الدراسة تبعاً لمتغير الجنس. كما يوضحه الجدول (6). يتضح من الجدول (6) السابق عدم وجود فروق ذات

الجدول (6): نتائج اختبار (ت) لمجموعتين مستقلتين لدلالة الفروق على الدرجة الكلية لأداة الدراسة تبعاً لمتغير الجنس.

مستوى الدلالة ×	قيمة (ت) المحسوبة	أنثى		ذكر		الدرجة الكلية
		الانحراف	المتوسط	الانحراف	المتوسط	
0.405	0.836-	0.357	3.927	0.506	3.843	

× دال إحصائياً عند مستوى ($\alpha = 0.05$).

يتبين من الجدول (8) وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$) على الدرجة الكلية للدراسة تبعاً لمتغير الجامعة وذلك لصالح طلبة جامعة القدس المفتوحة. ولتحديد مصدر الفروق بين الجامعات استخدم الباحث اختبار شيفيه، ونتائج الجدول التالي توضح ذلك.

يظهر من خلال الجدول السابق أن هناك فروقاً ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$) في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تبعاً لمتغير الجامعة وكانت هذه الفروق بين جامعة القدس المفتوحة وجامعة النجاح الوطنية، وقد كانت لصالح جامعة القدس المفتوحة، وهذه النتيجة تعني أن اتجاهات طلبة الرياضيات في جامعة القدس المفتوحة نحو البرهان الرياضي أكثر إيجابية من طلبة جامعة النجاح الوطنية.

نتائج الفرضية الثانية وهي

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha = 0.05$) في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى لمتغير الجامعة. ولفحص هذه الفرضية استخدم الباحث المتوسطات الحسابية للدرجة الكلية لأداة الدراسة تبعاً لمتغير الجامعة. كما يوضحه الجدول (7).

الجدول (7): المتوسطات الحسابية للدرجة الكلية لأداة الدراسة تبعاً لمتغير الجامعة

الدرجة الكلية للأداة	القدس المفتوحة	النجاح الوطنية	ببرزيت
	4.0633	3.8137	3.8586

يظهر من خلال البيانات الواردة في الجدول السابق المتوسطات الحسابية لاتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي حسب متغير الجامعة، وتظهر النتائج أن هناك فروقاً بين الجامعات ولتحديد فيما إذا كانت هذه الفروق دالة إحصائياً استخدم الباحث تحليل التباين الأحادي والجدول (8) يبين ذلك. الجدول (8): نتائج تحليل التباين الأحادي (ANOVA) لاستخراج دلالة الفروق على الدرجة الكلية للأداة تبعاً لمتغير الجامعة عند العينة.

الجدول (8): نتائج تحليل التباين الأحادي (ANOVA) لاستخراج دلالة الفروق على الدرجة الكلية للأداة تبعاً لمتغير الجامعة عند العينة.

الدرجة الكلية للأداة	مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة ×
	بين المجموعات	1.267	2	0.633	4.45	×0.014
	داخل المجموعات	12.791	90	0.142		
	المجموع	14.058	92			

× دال إحصائياً عند مستوى $(\alpha = 0.05)$.

جدول (9) يبين نتائج اختبار شيفية لدلالة الفروق تبعاً لمتغير الجامعة:

الجامعة	القدس المفتوحة	النجاح الوطنية	بيروت
الجامعة			
القدس المفتوحة		×0.25	0.20
النجاح الوطنية			0.04-
بيروت			

نتائج الفرضية الثالثة وهي

يظهر من خلال البيانات الواردة في الجدول السابق المتوسطات الحسابية لاتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي حسب المستوى الدراسي، وتُبين النتائج أن هناك فروقاً بين الجامعات ولتحديد فيما إذا كانت هذه الفروق دالة إحصائياً استخدم الباحث تحليل التباين الأحادي والجدول (11) يبين ذلك. يتبين من الجدول (11) عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة $(\alpha = 0.05)$. في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى لمتغير مستوى الدراسة على الدرجة الكلية للدراسة تبعاً لمتغير مستوى الدراسة.

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى $(\alpha = 0.05)$ اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى لمتغير مستوى الدراسة. ولفحص هذه الفرضية استخدم الباحث المتوسطات الحسابية للدرجة الكلية لأداة الدراسة تبعاً لمتغير مستوى الدراسة. كما يوضحه الجدول (10).

الجدول (10): المتوسطات الحسابية للدرجة الكلية لأداة الدراسة تبعاً لمتغير مستوى الدراسة

الدرجة الكلية للأداة	سنة ثانية	سنة ثالثة	سنة رابعة
	4.0047	3.8802	3.8630

الجدول (11): نتائج تحليل التباين الأحادي (ANOVA) لاستخراج دلالة الفروق على الدرجة الكلية للأداة تبعاً لمتغير مستوى الدراسة عند العينة

الدرجة الكلية للأداة	مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
	بين المجموعات	0.322	2	0.161	1.05	0.351
	داخل المجموعات	13.735	90	0.152		
	المجموع	14.058	92			

نتائج الفرضية الرابعة وهي

وتم أيضاً استخدام تحليل التباين الأحادي (ANOVA) لاستخراج دلالة الفروق على الدرجة الكلية للأداة تبعاً لمتغير المعدل التراكمي عند العينة. والجدول (13) يبين ذلك. يتبين من الجدول (13) عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$). في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى لمتغير المعدل التراكمي.

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha = 0.05$) في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى لمتغير المعدل التراكمي. ولفحص هذه الفرضية استخدم الباحث المتوسطات الحسابية للدرجة الكلية لأداة الدراسة تبعاً لمتغير المعدل التراكمي كما يوضحه الجدول (12).

(12): المتوسطات الحسابية للدرجة الكلية لأداة الدراسة تبعاً لمتغير المعدل التراكمي

الدرجة الكلية للأداة	أقل من 60	60-69.99	70-79.99	80 فأعلى
	-----	3.8985	3.8377	4.0455

الجدول (13): نتائج تحليل التباين الأحادي (ANOVA) لاستخراج دلالة الفروق على الدرجة الكلية للأداة تبعاً لمتغير المعدل التراكمي عند العينة.

الدرجة الكلية للأداة	مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	مستوى الدلالة
	بين المجموعات	0.714	2	0.357	2.37	0.099
	داخل المجموعات	13.265	88	0.150		
	المجموع	13.980	90			

إيجابية نحو البرهان الرياضي.

نتائج الدراسة وتفسيرها

(2) من النتائج السابقة تبين أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى للجنس، مما يدل على أن الطلبة ذكوراً وإناثاً يدركون أهمية البرهان الرياضي ودوره في تعلم الرياضيات، ويمكن إرجاع ذلك إلى تكافؤ الطلبة والطالبات في القدرة على امتلاك المهارات الرياضية اللازمة لاستيعاب البرهان الرياضي.

(3) من النتائج السابقة تبين أنه توجد فروق ذات دلالة إحصائية في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي لصالح جامعة القدس المفتوحة، ويمكن أن يعزى ذلك إلى اختلاف نمط التعليم، فمن جهة إن التعليم المفتوح يجعل الطالب أكثر اعتماداً على نفسه من

يمكن من خلال البيانات التي تم جمعها بواسطة أداة الدراسة وتحليلها استخلاص النتائج التالية:

(1) أظهرت النتائج المتعلقة بالسؤال الرئيس في الدراسة أن الطلبة الفلسطينيين يدركون أهمية وفوائد البرهان الرياضي في تعلم الرياضيات؛ إذ كانت درجة الاستجابة الكلية على جميع الفقرات كبيرة فقد بلغت النسبة %78.21، كما أنه بدا أن الطلبة يعون دور البرهان الرياضي في تعزيز القدرات الذهنية وتطوير مهارات التفكير المنطقي، ويؤكد هذه النتيجة ما توصلت إليه دراسة إمامغلو وتوغرول (2010)، ودراسة المقاطي (2008)، ودراسة نور دستورم (2003)، ودراسة رودريغوز (2008) بأنه كان لدى الطلبة بشكل عام اتجاهات

أنه يمكن إرجاع ذلك إلى تأثر طلبة الدراسة بآراء الطلبة القدامى والخريجين مما قد يحول دون تأثير المعدل التراكمي على اتجاهات الطلبة نحو البرهان الرياضي.

(6) من خلال نتائج الدراسة تبين أن أعلى نسبة استجابة التي بلغت %94.6 كانت على الفقرة التاسعة التي تنص على التالي: " أرى أنه يجب أن تُستخدَم الأمثلة لتبسيط البرهان وتوضيحه " وهذا يدلُّ على أن الطلبة الفلسطينيين يدركون جيداً أهمية الأمثلة في الرياضيات وخاصة تلك التي توضح النظريات الرياضية وبرهانها؛ إذ إن الطلبة على مستوى العالم يواجهون صعوبات حقيقية في فهم وبناء هيكلية البرهان الرياضي وكتابته (كما تبين هذا لنا من خلال الدراسات السابقة مثل دراسة فيفر (2010)، ودراسة زاخري (2009)، ودراسة فارغيس (2009)، ودراسة كو وشاي

(2008) وغيرها، وبالتالي فلا بدَّ من استخدام الأمثلة لتوضيح البرهان الرياضي وتبسيطه. ومما يدعم هذا التفسير هو أنَّ أدنى نسبة استجابة التي بلغت %56.6 كانت على الفقرة التي تنص على التالي: " أشعر أنه يجب التركيز على البرهان الرياضي أكثر من الأمثلة في المحاضرة "، فهذا يدل على أن الطلبة يفضّلون استخدام الأمثلة في المحاضرة التي تفسّر النظريات الرياضية، لأن النظرية تبقى صماءً إن لم تُوضَّح بالأمثلة.

التوصيات

في ضوء النتائج التي حصل عليها الباحث في هذه الدراسة انبثقت التوصيات التالية:

(1) الاهتمام باتجاهات الطلبة نحو البرهان الرياضي في تعلم الرياضيات وتعليمها ومحاولة تعزيز الاتجاهات الإيجابية باستخدام أساليب تربوية حديثة في البرهنة الرياضية، وضرورة تفهم أولئك الطلبة ذوي الاتجاهات السلبية ومساعدتهم للتغلب

الطالب في الجامعات المنتظمة، مما يمنحه تفوقاً على نظيره في الجامعات المنتظمة في وعيه وإدراكه لأهمية البرهان الرياضي ودوره في تكوين شخصيته وفكره، وبالتالي هو أقدر على تشخيص المشكلة التي تواجهه في تعلم البرهان الرياضي، وتحديد أين تكمن الصعوبات واقتراح الحلول، ومن جهة أخرى فالطالب في الجامعات المنتظمة (النجاح الوطنية وبيروت) يتلقى البرهان التفصيلي للنظريات في المحاضرة مما يوفر له إمكانية استيعابه أكثر ويخفف من الصعوبات التي قد تواجهه ويصبح كأي مادة نظرية أخرى، وهذا قد يُقلّل من أهمية البرهان بالنسبة للطلاب. وبناءً على ذلك كانت درجة استجابة طلبة جامعة القدس المفتوحة على فقرات الإستبانة أعلى.

(4) من النتائج السابقة تبين أنه بالرغم من وجود فروق (غير دالة إحصائياً) في اتجاهات الطلبة نحو الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى للمستوى الدراسي إلا أنها لم تكن كبيرة لدرجة تؤثر في الاستجابة الكلية لأفراد عينة الدراسة من الطلبة على فقرات الاستبانة، وقد يعزى ذلك لأن نصف الطلبة تقريباً من مستوى السنة الثالثة، كما أنه يمكن إرجاع ذلك إلى تأثر طلبة الدراسة بآراء طلبة الدراسة القدامى مما قد يترك لدى الطلبة الجدد انطباعاً مؤثراً على اتجاهاتهم نحو البرهان الرياضي، كما أن الطلبة من مختلف المستويات يدرسون البرهان الرياضي. كل ذلك جعل متغير المستوى الدراسي على استجابات الطلبة عديم الأثر.

(5) من النتائج السابقة تبين أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية في اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي تعزى للمعدل التراكمي، وقد يعزى ذلك لأن نصف الطلبة تقريباً من نفس الفئة بالنسبة للمعدل التراكمي، كما

المراجع الأجنبية

- 5) Almeida, D. (2000). A survey of Mathematics Undergraduate' Interaction With Proof : Some Implications for Mathematics Education. *IJMEST*, Vol. 31(6), Great Britain.
- 6) Doran, Rodney. (1980). **Basic Measurement and Evaluation Of Science Instruction**. Washington, DC: National Science Teachers Association, 131p.
- 7) Fan L., Quek K., Zhu Y., Yeo S. (2005). Assessing Singapore Students' Attitudes toward Mathematics and Mathematics Learning: Findings from a Survey of Lower Secondary Students, *EARCOME 3, TSG*, 5-12 August, Shanghai.
- 8) Hanna G. (2000). Proof, Explanation and Exploration An Overview. *Educational Studies In Mathematics International Journal*, Springer, 44:5-23.
- 9) Hemme, K. (2010). Three Styles Characterizing Mathematicians Pedagogical Perspectives On Proof, *Educational Studies in Mathematics International Journal*, Springer, 75, 271-291.
- 10) Imamoglu Y., Togrol A. (2010). Freshmen and senior Teaching science and Mathematics Students' Proving Patterns and Conceptualization the Nature and Role of Proof in School Mathematics. *IJDSE*, Vol. 1, Issue 2 .
- 11) KO, Y., Shy H. (2008). Taiwanese Undergraduates Performance Constructing Proofs and Generating counterexamples in Differentiation, *ICME 11*, Mexico.

عليها.

- (2) القيام بدراسات مماثلة تتناول الصعوبات التي يواجهها الطلبة في البرهنة الرياضية وبحث علاقتها بمتغيرات أخرى.
- (3) توضيح معنى البرهان الرياضي ووظائفه للطلاب، وبيان فوائده في تنمية شخصية الطالب الفكرية وفي تعزيز قدرة الطالب معلم المستقبل على مواجهة التحديات المهنية.

المصادر والمراجع

المراجع العربية

- (1) الراسبي، منى (2004). القدرة على البرهان الرياضي لدى الطلبة وعلاقتها بتفكيرهم المنطقي الرياضي. تم التحميل بتاريخ 5 أكتوبر 2010 من الموقع
http://uqu.edu.sa/files2/tiny_mce/plugins/filemanager/files/4281667/hamdy/akod.doc
- (2) المقاطي، بتول (2008). مهارات التفكير اللازمة لطلبات الصف الأول متوسط من وجهة نظر معلمات الرياضيات. رسالة ماجستير تم تحميلها بتاريخ 19 نوفمبر 2010 من الموقع
http://uqu.edu.sa/files2/tiny_mce/plugins/filemanager/files/4041834/maharat/almqati.pdf
- (3) عبيد، وليم، والمفتي، محمد، وإيليا، سمير (2000). تربويات الرياضيات (طبعة منقحة). مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة.
- (4) علي، محمد عبد السميع حسن (1991). مهارات البرهان الرياضي لدى معلمي الرياضيات بالحلقة الثانية من التعليم الأساسي. مجلة كلية الزقازيق، (6)، 151-190.

- ICME11 , Mexico.
- 22) Selden, J. , Selden, A. & Mc-
kee, K. (2008). Improving Advanced
Students Proving Abilities , **ICME11**
, Mexico.
- 23) Senk, S. , Thompson, D. & John-
son, G. (2008). Reasoning And Proof
In High School Textbooks from The
USA, **ICME**, Mexico.
- 24) Varghese, T. (2009). Secondary-
level Student Teachers' conceptions
of Mathematical Proof. **IUMPST: The
Journal**. Vol.1 (content knowledge) .
- 25) Zacharie, M. (2009). Why College
Or University Students Hate Proof in
Mathematics. **Journal of Mathemat-
ics and Statistics** 5(1), 32- 41, ISSN
1549-3644.
- 12) Lee, J. (2010). Some Remarks on
Writing Mathematics Proof. Download-
ed on November 5, 2010 from
[http://www.math.washington.
edu/~lee/Writing/writing-proofs.pdf](http://www.math.washington.edu/~lee/Writing/writing-proofs.pdf)
- 13) Marriotti, M. (2006). Proof and
proving in mathematics education,
**Handbook of Research on the Psy-
chology of Mathematics Education.**
AST, Present and Future, 173-204
, Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- 14) Mckmimie , B. (2011). **BPscSc**
Fourth Year Book , School of Psychol-
ogy, University of QueensLand,
Australia.
- 15) Meltem, S. (2010). Undergraduate
Students' Difficulties with Mathemati-
cal Proof And Proof Teaching. PhD
Proposal.
- 16) Moore, R. (1994). Making the
Transition to Formal Proof, **Edu-
cational Studies in Mathematics**,
27(3), 249-266.
- 17) Nitko, Anthony J. (2001). **Educa-
tional Assessment of Students** (3ed
Ed.). Upper Saddle River, New Jersey:
Prentice Hall/Merrill Education.
- 18) Nordstorm, K. (2003). Swedish
University Entrants, Experiences about
And Attitudes towards Proof and Prov-
ing. **CERME 3**, Italy.
- 19) Pfeiffer, K. (2010). The Role of
Proof Validation in Students' Mathe-
matical Learning , **MSOR Connections**
, Volume 10(2).
- 20) Reid, D. (2000). What is Proof ? La
lettre de la prevue. Downloaded on
September ,23, 2010 from [http://www-
didactique.imag.fr/preuve](http://www-didactique.imag.fr/preuve)
- 21) Rodrigues, M. (2008). Reasoning
and Proof in Classroom (9th grade)